QUESTÃO 1

Um contêiner com equipamentos científicos é mantido em uma estação de pesquisa na Antártida. Ele é feito com material de boa isolação térmica e é possível, com um pequeno aquecedor elétrico, manter sua temperatura interna constante, $T_i = 20\ ^oC$, quando a temperatura externa é $T_e = -40\ ^oC$. As paredes, o piso e o teto do contêiner têm a mesma espessura, $\varepsilon = 26$ cm, e são de um mesmo material, de condutividade térmica $k = 0{,}05$ J/(s.m.^{o}C). Suas dimensões internas são $2 \times 3 \times 4$ m^3.

Para essas condições, determine

a) a área A da superfície interna total do contêiner;

b) a potência P do aquecedor, considerando ser ele a única fonte de calor;

c) a energia E, em kWh, consumida pelo aquecedor em um dia.

> Note e adote:
> A quantidade de calor por unidade de tempo (Φ) que flui através de um material de área A, espessura ε e condutividade térmica k, com diferença de temperatura ΔT entre as faces do material, é dada por: $\Phi = kA\Delta T/\varepsilon$.

Resposta

a) A área (A) da superfície interna total do contêiner é dada por:

$$A = 2 \cdot (2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 4) \Rightarrow \boxed{A = 52\ m^2}$$

b) Para a temperatura interna do contêiner se manter constante, a potência P do aquecedor deve ser igual à quantidade de calor por unidade de tempo (Φ) que flui através das paredes do contêiner.

Assim, temos:

$$P = \Phi = \frac{k \cdot A \cdot \Delta T}{\varepsilon} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P = \frac{0,05 \cdot 52 \cdot (20 - (-40))}{26 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow \boxed{P = 600\ W}$$

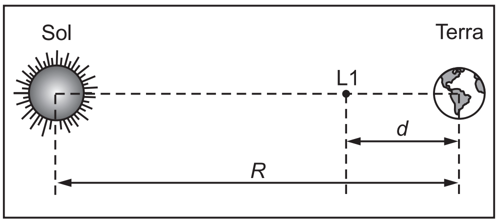
c) Da definição de potência, vem:

$$\left| \begin{array}{l} E = P \cdot \Delta t \\ P = 600\ W = 0{,}6\ kW \\ \Delta t = 24\ h \end{array} \right. \Rightarrow E = 0,6 \cdot 24 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{E = 14{,}4\ kWh}$$

QUESTÃO 2

Há um ponto no segmento de reta unindo o Sol à Terra, denominado "Ponto de Lagrange L1". Um satélite artificial colocado nesse ponto, em órbita ao redor do Sol, permanecerá sempre na mesma posição relativa entre o Sol e a Terra. Nessa situação, ilustrada na figura a seguir, a velocidade angular orbital ω_A do satélite em torno do Sol será igual à da Terra, ω_T.



Para essa condição, determine

a) ω_T em função da constante gravitacional G, da massa M_S do Sol e da distância R entre a Terra e o Sol;

b) o valor de ω_A em rad/s;

c) a expressão do módulo F_r da força gravitacional resultante que age sobre o satélite, em função de G, M_S, M_T, m, R e d, sendo M_T e m, respectivamente, as massas da Terra e do satélite e d a distância entre a Terra e o satélite.

> Note e adote:
> 1 ano $\approx 3{,}14 \times 10^7$ s.
> O módulo da força gravitacional F entre dois corpos de massas M_1 e M_2, sendo r a distância entre eles, é dado por $F = G\,M_1\,M_2/r^2$.
> Considere as órbitas circulares.

Resposta

a) Da Terceira Lei de Kepler aplicada à Terra e da definição de velocidade angular, temos:

$$\left|\begin{array}{l} T_T^2 = \dfrac{4\cdot\pi^2}{G\cdot M_S}\cdot R^3 \\ \omega_T = \dfrac{2\pi}{T_T}\end{array}\right. \Rightarrow \left(\frac{2\pi}{\omega_T}\right)^2 = \frac{4\pi^2}{G\cdot M_S}\cdot R^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_T = \frac{1}{R}\cdot\sqrt{\frac{G\cdot M_S}{R}}}$$

b) Como as velocidades angulares ω_A e ω_T são iguais, temos:

$$\omega_A = \omega_T = \frac{2\pi}{T_T} = \frac{2\cancel{\pi}}{\cancel{3{,}14}\cdot 10^7} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_A = 2\cdot 10^{-7}\ rad/s}$$

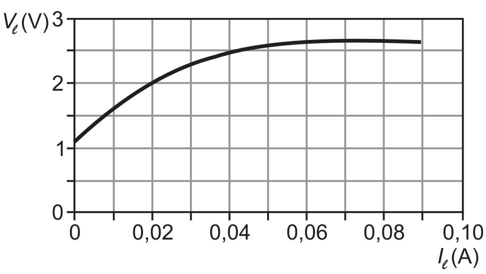
c) O módulo F_r da força gravitacional resultante que age sobre o satélite é dado por:

$$F_r = \frac{G\cdot M_S\cdot m}{(R-d)^2} - \frac{G\cdot M_T\cdot m}{d^2} \Rightarrow$$

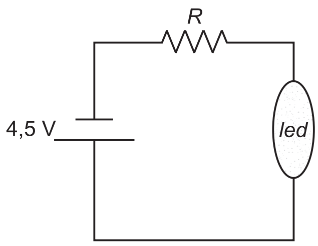
$$\Rightarrow \boxed{F_r = G\cdot m\cdot\left(\frac{M_S}{(R-d)^2} - \frac{M_T}{d^2}\right)}$$

QUESTÃO 3

A curva característica de uma lâmpada do tipo *led* (diodo emissor de luz) é mostrada no gráfico da página de respostas.



Essa lâmpada e um resistor de resistência R estão ligados em série a uma bateria de 4,5 V, como representado na figura a seguir. Nessa condição, a tensão na lâmpada é 2,5 V.



a) Qual é o valor da corrente i_R no resistor?

b) Determine o valor da resistência R.

c) A bateria de 4,5 V é substituída por outra de 3 V, que fornece 60 mW de potência ao circuito, sem que sejam trocados a lâmpada e o resistor. Nessas condições, qual é a potência P_R dissipada no resistor?

> Note e adote:
> As resistências internas das baterias devem ser ignoradas.

Resposta

a) Como os componentes do circuito estão ligados em série, a corrente i_R no resistor é igual à corrente I_ℓ que passa pela lâmpada ($I_\ell = i_R$).

Sendo a tensão na lâmpada de 2,5 V, do gráfico vem que $I_\ell = 0{,}04$ A. Assim, temos:

$$\left|\begin{array}{l} I_\ell = 0{,}04\ A \\ I_\ell = i_R \end{array}\right. \Rightarrow \boxed{i_r = 0{,}04\ A}$$

b) Da Lei de Ohm-Pouillet aplicada à malha fechada, por onde circula uma corrente de 0,04 A, temos que:

$$-4{,}5 + 2{,}5 + R\cdot 0{,}04 = 0 \Rightarrow \boxed{R = 50\ \Omega}$$

c) Da definição de potência elétrica, a bateria de 3 V, fornecendo 60 mW de potência ao circuito, promove uma corrente i na malha dada por:

$P = U\cdot i \Rightarrow 60 = 3\cdot i \Rightarrow i = 20$ mA

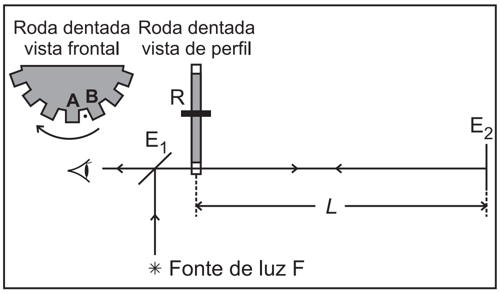
A potência P_R dissipada no resistor percorrido por essa corrente é:

$$P_R = R\cdot i^2 = 50\cdot(20\cdot 10^{-3})^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{P_R = 20\ mW}$$

QUESTÃO 4

A primeira medida da velocidade da luz, sem o uso de métodos astronômicos, foi realizada por Hippolyte Fizeau, em 1849. A figura a seguir mostra um esquema simplificado da montagem experimental por ele utilizada. Um feixe fino de luz, emitido pela fonte F, incide no espelho plano semitransparente E_1. A luz refletida por E_1 passa entre dois dentes da roda dentada R, incide perpendicularmente no espelho plano E_2 que está a uma distância L da roda, é refletida e chega ao olho do observador. A roda é então colocada a girar em uma velocidade angular tal que a luz que atravessa o espaço entre dois dentes da roda e é refletida pelo espelho E_2, não alcance o olho do observador, por atingir o dente seguinte da roda. Nesta condição, a roda, com N dentes, gira com velocidade angular constante e dá V voltas por segundo.



a) Escreva a expressão literal para o intervalo de tempo Δt em que a luz se desloca da roda até E_2 e retorna à roda, em função de L e da velocidade da luz c.

b) Considerando o movimento de rotação da roda, escreva, em função de N e V, a expressão literal para o intervalo de tempo Δt decorrido entre o instante em que a luz passa pelo ponto central entre os dentes A e B da roda e o instante em que, depois de refletida por E_2, é bloqueada no centro do dente B.

c) Determine o valor numérico da velocidade da luz, utilizando os dados a seguir.

> Note e adote:
> No experimento de Fizeau, os dentes da roda estão igualmente espaçados e têm a mesma largura dos espaços vazios;
> $L = 8600$ m;
> $N = 750$;
> $V = 12$ voltas por segundo.

Resposta

a) Para a ida e a volta do raio luminoso entre a roda dentada e o espelho E_2, com c sendo a velocidade da luz neste meio, temos:

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow c = \frac{2L}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{\Delta t = \frac{2L}{c}}$$

b) O ângulo formado entre dois dentes consecutivos da roda com N dentes, em radianos, é $\theta = \frac{2\pi}{N}$. Assim, o ângulo descrito pela roda do ponto central entre os dentes e o centro de um dente é $\Delta\varphi = \frac{\theta}{2}$. Sendo V a frequência da rotação, temos:

$$\left|\begin{array}{l} \omega = \dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t} \\ \Delta\varphi = \dfrac{\theta}{2} = \dfrac{\cancel{2}\pi}{\cancel{2}N} \\ \omega = 2\pi V \end{array}\right. \Rightarrow 2\cancel{\pi}V = \frac{\frac{\cancel{\pi}}{N}}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{\Delta t = \frac{1}{2NV}}$$

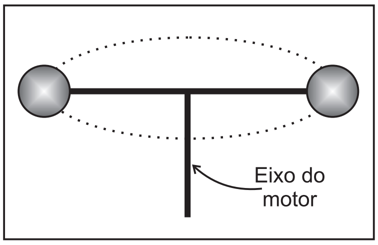
c) Como Δt nos itens a e b são idênticos, vem:

$$\frac{2L}{c} = \frac{1}{2NV} \Rightarrow \frac{2 \cdot 8\,600}{c} = \frac{1}{2 \cdot 750 \cdot 12} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{c = 3{,}1 \cdot 10^8 \text{ m/s}}$$

QUESTÃO 5

Duas pequenas esferas, cada uma com massa de 0,2 kg, estão presas nas extremidades de uma haste rígida, de 10 cm de comprimento, cujo ponto médio está fixo no eixo de um motor que fornece 4 W de potência mecânica. A figura a seguir ilustra o sistema. No instante $t = 0$, o motor é ligado e o sistema, inicialmente em repouso, passa a girar em torno do eixo. Determine



a) a energia cinética total E das esferas em $t = 5$ s;
b) a velocidade angular ω de cada esfera em $t = 5$ s;
c) a intensidade F da força entre cada esfera e a haste, em $t = 5$ s;
d) a aceleração angular média α de cada esfera, entre $t = 0$ e $t = 5$ s.

> Note e adote:
> As massas da haste e do eixo do motor devem ser ignoradas.
> Não atuam forças dissipativas no sistema.

Resposta

a) Da definição de potência, com o sistema inicialmente em repouso, temos:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} \Rightarrow 4 = \frac{E - \overset{0}{\cancel{E_0}}}{5} \Rightarrow \boxed{E = 20\ J}$$

b) Da definição de energia cinética, com cada esfera possuindo $E_c = 10$ J de energia, girando em movimento circular de raio $R = 0,05$ m, vem:

$$\left| \begin{array}{l} E_c = \dfrac{mv^2}{2} \\ v = \omega R \end{array} \right. \Rightarrow E_c = \frac{m(\omega R)^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10 = \frac{0,2 \cdot \omega^2 (0,05)^2}{2} \Rightarrow \boxed{\omega = 200\ rad/s}$$

c) A resultante centrípeta em uma das esferas é dada por:

$$R_{cp} = m\omega^2 R \Rightarrow R_{cp} = 0,2 \cdot (200)^2 \cdot 0,05 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{cp} = 400\ N$$

A resultante tangencial em uma das esferas é dada por:

$$\left| \begin{array}{l} \dfrac{P}{2} = R_t \cdot v \\ v = \omega R \end{array} \right. \Rightarrow \frac{P}{2} = R_t \cdot \omega \cdot R \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{4}{2} = R_t \cdot 200 \cdot 0,05 \Rightarrow R_t = 0,2\ N$$

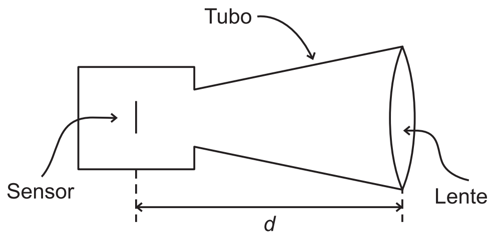
Assim, como $R_{cp} >> R_t$, a intensidade F é aproximadamente igual a 400 N.

d) Da definição de aceleração angular média (α), temos:

$$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{200}{5} \Rightarrow \boxed{\alpha = 40\ rad/s^2}$$

QUESTÃO 6

Um estudante construiu um microscópio ótico digital usando uma *webcam*, da qual ele removeu a lente original. Ele preparou um tubo adaptador e fixou uma lente convergente, de distância focal $f = 50$ mm, a uma distância $d = 175$ mm do sensor de imagem da *webcam*, como visto na figura abaixo.



No manual da *webcam*, ele descobriu que seu sensor de imagem tem dimensão total útil de 6×6 mm^2, com 500×500 *pixels*. Com estas informações, determine
a) as dimensões do espaço ocupado por cada *pixel*;
b) a distância L entre a lente e um objeto, para que este fique focalizado no sensor;
c) o diâmetro máximo D que uma pequena esfera pode ter, para que esteja integralmente dentro do campo visual do microscópio, quando focalizada.

> Note e adote:
> *Pixel* é a menor componente de uma imagem digital.
> Para todos os cálculos, desconsidere a espessura da lente.

Resposta

a) As dimensões do espaço ocupado por cada pixel são dadas por:

pixels	dimensão (mm)
500	6
1	x

$\Rightarrow$

$\Rightarrow 500 \cdot x = 6 \Rightarrow \ x = 1{,}2 \cdot 10^{-2}$ mm

Assim, cada pixel ocupa

$1{,}2 \cdot 10^{-2} \times 1{,}2 \cdot 10^{-2}$ mm.

b) Da equação de conjugação de Gauss sendo $p = L$ e $p' = d$, vem:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{L} + \frac{1}{d} \Rightarrow \frac{1}{50} = \frac{1}{L} + \frac{1}{175} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{L = 70 \text{ mm}}$$

c) Como o objeto se encontra a uma distância maior que a distância focal da lente, a imagem será invertida em relação ao objeto ($y' < 0$). Portanto, pela equação do aumento linear transversal, sendo $y = D$ e $y' = -6$ mm, o diâmetro máximo D é dado por:

$$\frac{y'}{D} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -\frac{6}{D} = -\frac{175}{70} \Rightarrow \boxed{D = 2{,}4 \text{ mm}}$$