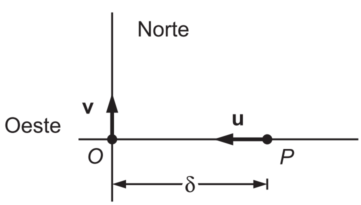
Física

Se precisar, use os seguintes valores para as constantes: carga do próton = $1{,}6 \times 10^{-19}$ C; massa do próton = $1{,}7 \times 10^{-27}$ kg; aceleração da gravidade $g = 10$ m/s^2; 1 atm = 76 cm Hg; velocidade da luz no vácuo $c = 3 \times 10^8$ m/s.

QUESTÃO 1

Ao passar pelo ponto O, um helicóptero segue na direção norte com velocidade v constante. Nesse momento, um avião passa pelo ponto P, a uma distância δ de O, e voa para o oeste, em direção a O, com velocidade u também constante, conforme mostra a figura. Considerando t o instante em que a distância d entre o helicóptero e o avião for mínima, assinale a alternativa correta.



a) A distância percorrida pelo helicóptero no instante em que o avião alcança o ponto O é $\delta u/v$.

b) A distância do helicóptero ao ponto O no instante t é igual a $\delta v/\sqrt{v^2 + u^2}$.

c) A distância do avião ao ponto O no instante t é igual a $\delta v^2/(v^2 + u^2)$.

d) O instante t é igual a $\delta v/(v^2 + u^2)$.

e) A distância d é igual a $\delta u/\sqrt{v^2 + u^2}$.

alternativa C

As equações do movimento do helicóptero e do avião, respectivamente, são:

$$\begin{cases} Y_h(t') = v \cdot t' \\ X_a(t') = \delta - u \cdot t' \end{cases}$$

A distância entre eles, em um instante t', é dada por:

$$[d(t')]^2 = [Y_h(t')]^2 + [X_a(t')]^2 =$$
$$= (v^2 + u^2)t'^2 - 2\delta u t' + \delta^2$$

O instante t, que minimiza o valor de d, é dado por:

$$t = \frac{-(-2\delta u)}{2(v^2 + u^2)} = \frac{\delta u}{v^2 + u^2}$$

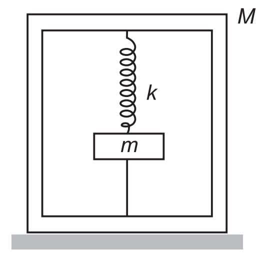
Assim, a distância $X_a(t)$ do avião ao ponto O é igual a:

$$X_a(t) = \delta - ut = \delta - \frac{\delta u^2}{v^2 + u^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{X_a(t) = \frac{\delta v^2}{(v^2 + u^2)}}$$

QUESTÃO 2

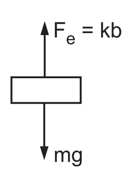
No interior de uma caixa de massa M, apoiada num piso horizontal, encontra-se fixada uma mola de constante elástica k presa a um corpo de massa m, em equilíbrio na vertical. Conforme a figura, este corpo também se encontra preso a um fio tracionado, de massa desprezível, fixado à caixa, de modo que resulte uma deformação b da mola. Considere que a mola e o fio se encontram no eixo vertical de simetria da caixa. Após o rompimento do fio, a caixa vai perder contato com o piso se



a) $b > (M + m)g/k$.
b) $b > (M + 2m)g/k$.
c) $b > (M - m)g/k$.
d) $b > (2M - m)g/k$.
e) $b > (M - 2m)g/k$.

alternativa B

No instante em que o fio se rompe, as forças que atuam sobre o corpo de massa m são dadas por:

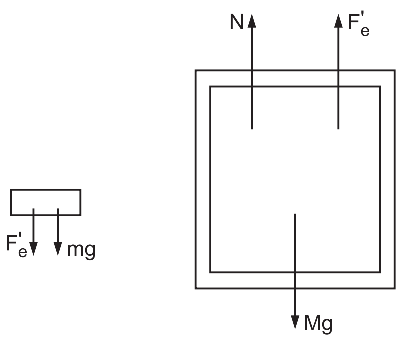


A partir desse instante, o corpo realiza um MHS. Exatamente nessa posição, a aceleração ($a_{máx.}$) do MHS é máxima. Assim, temos:

$R = m \cdot a \Rightarrow kb - mg = m \cdot a_{máx.} \Rightarrow$

$$\Rightarrow a_{máx.} = \frac{kb - mg}{m}$$

No momento em que a caixa está na iminência de perder o contato com o solo, as forças sobre a caixa e o corpo são dadas por:



Na iminência da perda do contato, temos $N = 0$ e, para a caixa, vem:

$$F'_e = Mg$$

A aceleração (a') do corpo nesse instante é dada por:

$R' = ma' \Rightarrow F'_e + mg = ma' \Rightarrow$

$$\Rightarrow Mg + mg = ma' \Rightarrow a' = \frac{Mg + mg}{m}$$

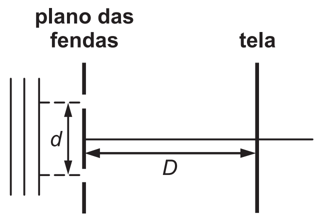
Como $a_{máx.}$ deve ser maior que a', vem:

$$a_{máx.} > a' \Rightarrow \frac{kb - mg}{\cancel{m}} > \frac{Mg + mg}{\cancel{m}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{b > \frac{(M + 2m)g}{k}}$$

QUESTÃO 3

Num experimento clássico de Young, d representa a distância entre as fendas e D a distância entre o plano destas fendas e a tela de projeção das franjas de interferência, como ilustrado na figura. Num primeiro experimento, no ar, utiliza-se luz de comprimento de onda λ_1 e, num segundo experimento, na água, utiliza-se luz cujo comprimento de onda no ar é λ_2. As franjas de interferência dos experimentos são registradas numa mesma tela. Sendo o índice de refração da água igual a n, assinale a expressão para a distância entre as franjas de interferência construtiva de ordem m para o primeiro experimento e as de ordem M para o segundo experimento.



a) $|D\,(M\lambda_2 - mn\lambda_1)/(nd)|$
b) $|D\,(M\lambda_2 - m\lambda_1)/(nd)|$
c) $|D\,(M\lambda_2 - mn\lambda_1)/d|$
d) $|Dn\,(M\lambda_2 - m\lambda_1)/d|$
e) $|D\,(Mn\lambda_2 - m\lambda_1)/d|$

alternativa A

Adotando y como o deslocamento de cada franja, vem:

$$y = \frac{D \cdot k \cdot \lambda}{d}$$

Para o ar, temos:

$$y_1 = \frac{D \cdot m \cdot \lambda_1}{d}$$

Para a água, temos:

$$\left| \begin{array}{l} y_2 = \dfrac{D \cdot M \cdot \lambda_{água}}{d} \\ \lambda_{água} = \dfrac{\lambda_2}{n} \end{array} \right. \Rightarrow y_2 = \frac{D \cdot M \cdot \lambda_2}{dn}$$

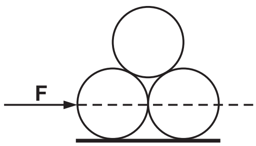
Assim, a distância entre as franjas é dada por:

$$|y_2 - y_1| = \left| \frac{D \cdot M \cdot \lambda_2}{dn} - \frac{D \cdot m \cdot \lambda_1}{d} \right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{|y_2 - y_1| = |D(M\lambda_2 - mn\lambda_1/(nd)|}$$

QUESTÃO 4

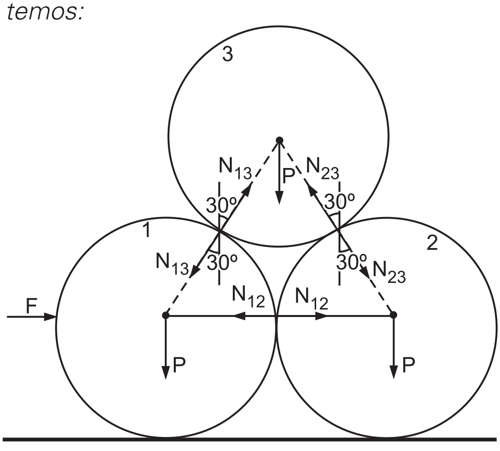
Num certo experimento, três cilindros idênticos encontram-se em contato pleno entre si, apoiados sobre uma mesa e sob a ação de uma força horizontal **F**, constante, aplicada na altura do centro de massa do cilindro da esquerda, perpendicularmente ao seu eixo, conforme a figura. Desconsiderando qualquer tipo de atrito, para que os três cilindros permaneçam em contato entre si, a aceleração a provocada pela força deve ser tal que



a) $g/(3\sqrt{3}) \le a \le g/\sqrt{3}$.
b) $2g/(3\sqrt{2}) \le a \le 4g/\sqrt{2}$.
c) $g/(2\sqrt{3}) \le a \le 4g/(3\sqrt{3})$.
d) $2g/(3\sqrt{2}) \le a \le 3g/(4\sqrt{2})$.
e) $g/(2\sqrt{3}) \le a \le 3g/(4\sqrt{3})$.

alternativa A

Designando como cilindros 1, 2 e 3, respectivamente, o da esquerda, o da direita e o de cima, e assinalando as forças sobre eles, temos:



Como os cilindros estão em contato pleno entre si, suas acelerações a são iguais. Assim, do Princípio Fundamental da Dinâmica, temos:

$$\left|\begin{array}{l} F - N_{12} - N_{13}\,\text{sen}\,30^o = m\cdot a \quad (1) \\ N_{12} + N_{23}\,\text{sen}\,30^o = m\cdot a \quad (2) \\ N_{13}\,\text{sen}\,30^o - N_{23}\,\text{sen}\,30^o = m\cdot a \quad (3) \end{array}\right.$$

Do equilíbrio vertical do cilindro 3, temos:

$$N_{13}\cos 30^o + N_{23}\cos 30^o = mg \quad (4)$$

Quando F for máxima, a aceleração do sistema será máxima ($a_{máx.}$). Assim, teremos N_{12} máximo e N_{23} mínimo ($N_{23} = 0$). Logo, das equações (3) e (4), temos:

$$\left|\begin{array}{l} N_{13}\,\text{sen}\,30^o = m\cdot a_{máx.} \\ N_{13}\cos 30^o = m\cdot g \end{array}\right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{m}\cdot a_{máx.}}{\cancel{m}\cdot g} = \frac{\cancel{N}_{13}\,\text{sen}\,30^o}{\cancel{N}_{13}\cos 30^o} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_{máx.} = g\,\text{tg}\,30^o \Rightarrow a_{máx.} = g\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}$$

Quando F for mínima, N_{12} será mínima ($N_{12} = 0$). Assim, das equações (2), (3) e (4), temos:

$$\left|\begin{array}{l} N_{23}\,\text{sen}\,30^o = m\cdot a_{mín.} \\ N_{13}\,\text{sen}\,30^o - N_{23}\,\text{sen}\,30^o = m\cdot a_{mín.} \\ N_{13}\cos 30^o + N_{23}\cos 30^o = m\cdot g \end{array}\right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left|\begin{array}{l} N_{23} = 2m\cdot a_{mín.} \\ N_{13} - N_{23} = 2m\cdot a_{mín.} \\ N_{13} + N_{23} = \dfrac{2m\cdot g}{\sqrt{3}} \end{array}\right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left|\begin{array}{l} N_{13} - 2m\cdot a_{mín.} = 2m\cdot a_{mín.} \\ N_{13} + 2m\cdot a_{mín.} = \dfrac{2m\cdot g}{\sqrt{3}} \end{array}\right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4m\cdot a_{mín.} + 2m\cdot a_{mín.} = \frac{2m\cdot g}{\sqrt{3}} \Rightarrow$$

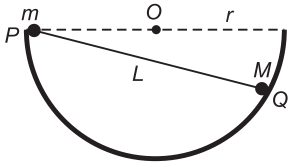
$$\Rightarrow a_{mín.} = \frac{g}{3\sqrt{3}}$$

Logo, como o enunciado garante pleno contato entre os cilindros sob ação de F, temos:

$$\boxed{\frac{g}{3\sqrt{3}} < a < \frac{g}{\sqrt{3}}}$$

QUESTÃO 5

Duas partículas, de massas m e M, estão respectivamente fixadas nas extremidades de uma barra de comprimento L e massa desprezível. Tal sistema é então apoiado no interior de uma casca hemisférica de raio r, de modo a se ter equilíbrio estático com m posicionado na borda P da casca e M, num ponto Q, conforme mostra a figura. Desconsiderando forças de atrito, a razão m/M entre as massas é igual a



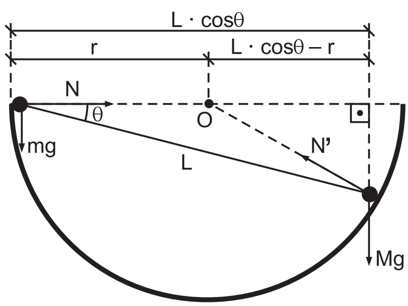
a) $(L^2 - 2r^2)/(2r^2)$.
b) $(2L^2 - 3r^2)/(2r^2)$.
c) $(L^2 - 2r^2)/(r^2 - L^2)$.
d) $(2L^2 - 3r^2)/(r^2 - L^2)$.
e) $(3L^2 - 2r^2)/(L^2 - 2r^2)$.

alternativa A

Do triângulo isósceles formado pela direção que une as partículas e o centro do hemisfério, temos:

$r^2 = r^2 + L^2 - 2 \cdot r \cdot L \cdot \cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \dfrac{L}{2r}$ *(I)*

Analisando as forças da barra, vem:



Adotando como polo o ponto O e analisando o equilíbrio da barra, temos:

$M_R(O) = 0 \Rightarrow m \cdot \cancel{g} \cdot r = M \cdot \cancel{g} \cdot (L \cdot \cos\theta - r) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{m}{M} = \frac{L \cdot \cos\theta - r}{r} \quad (II)$$

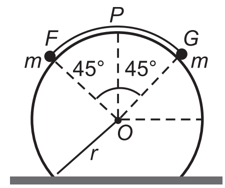
Substituindo I em II, vem:

$$\left|\begin{array}{l} \cos\theta = \dfrac{L}{2r} \\ \dfrac{m}{M} = \dfrac{L \cdot \cos\theta - r}{r} \end{array}\right. \Rightarrow \frac{m}{M} = \frac{L \cdot \left(\dfrac{L}{2r}\right) - r}{r} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{m}{M} = \frac{L^2 - 2r^2}{2r^2}}$$

QUESTÃO 6

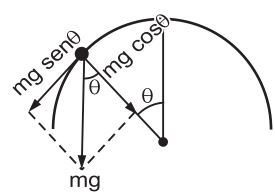
Uma corda, de massa desprezível, tem fixada em cada uma de suas extremidades, F e G, uma partícula de massa m. Esse sistema encontra-se em equilíbrio apoiado numa superfície cilíndrica sem atrito, de raio r, abrangendo um ângulo de 90^o e simetricamente disposto em relação ao ápice P do cilindro, conforme mostra a figura. Se a corda for levemente deslocada e começa a escorregar no sentido anti-horário, o ângulo $\theta \equiv F\hat{O}P$ em que a partícula na extremidade F perde contato com a superfície é tal que



a) $2 \cos\theta = 1$.
b) $2 \cos\theta - \text{sen}\,\theta = \sqrt{2}$.
c) $2 \,\text{sen}\,\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$.
d) $2 \cos\theta + \text{sen}\,\theta = \sqrt{2}$.
e) $2 \cos\theta + \text{sen}\,\theta = \sqrt{2}/2$.

alternativa D

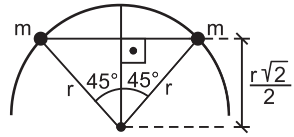
Quando a partícula na extremidade F está na iminência de perder contato com a superfície (N = 0), a força sobre ela é dada por:



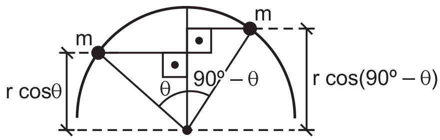
Da equação fundamental da dinâmica, vem:

$$mg \cos\theta = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v^2 = gr \cos\theta \quad (I)$$

Tomando como referência a horizontal que passa por O e comparando as situações inicial e final, temos:



(situação inicial)



(situação final)

Da conservação da energia mecânica, vem:

$$E_m^{inicial} = E_m^{final} \Rightarrow mgr\frac{\sqrt{2}}{2} + mgr\frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$= \frac{mv^2}{2} + \frac{mv^2}{2} + mgr\cos\theta +$$

$$+ mgr\cos(90^o - \theta) \Rightarrow \cancel{mg}r\sqrt{2} =$$

$$= \cancel{m}v^2 + \cancel{mg}r\cos\theta + \cancel{mg}r\cos(90^o - \theta) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow gr\sqrt{2} = v^2 + gr\cos\theta + gr\,sen\theta \ (II)$$

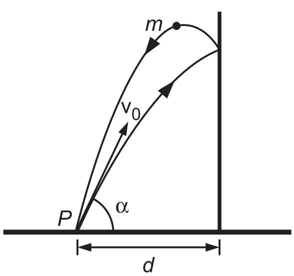
Substituindo I em II, vem:

$$\cancel{gr}\sqrt{2} = \cancel{gr}\cos\theta + \cancel{gr}\cos\theta + \cancel{gr}\,sen\theta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{2\cos\theta + sen\theta = \sqrt{2}}$$

QUESTÃO 7

Uma pequena bola de massa m é lançada de um ponto P contra uma parede vertical lisa com uma certa velocidade v_0, numa direção de ângulo α em relação à horizontal. Considere que após a colisão a bola retorna ao seu ponto de lançamento, a uma distância d da parede, como mostra a figura. Nestas condições, o coeficiente de restituição deve ser



a) $e = gd/(v_0^2 \text{ sen } 2\alpha - gd)$.

b) $e = 2gd/(v_0^2 \cos 2\alpha - 2gd)$.

c) $e = 3gd/(2v_0^2 \text{ sen } 2\alpha - 2gd)$.

d) $e = 4gd/(v_0^2 \cos 2\alpha - gd)$.

e) $e = 2gd/(v_0^2 \tan 2\alpha - gd)$.

alternativa A

O tempo (t_I) até o choque é dado por:

$$d = v_x \cdot t_I = v_0 \cdot \cos\alpha\ t_I \Rightarrow t_I = \frac{d}{v_0 \cdot \cos\alpha}$$

Com o choque, a bola fica com velocidade horizontal $-e \cdot v_0 \cdot \cos\alpha$ e não altera sua velocidade vertical. Sendo assim, o tempo total pode ser dado pelo dobro do tempo de subida. Assim, temos:

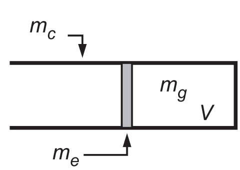
$$\left|\begin{array}{l} t_s = v_0 \cdot sen\alpha / g \\ t_{II} = d/(e \cdot v_0 \cdot \cos\alpha) \\ t_I = d/(v_0 \cdot \cos\alpha) \\ 2t_s = t_I + t_{II} \end{array}\right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2 \cdot v_0 \cdot sen\alpha}{g} = \frac{d}{v_0 \cdot \cos\alpha}\left(1 + \frac{1}{e}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{e = \frac{g \cdot d}{v_0^2 \cdot sen(2\alpha) - g \cdot d}}$$

QUESTÃO 8

A figura mostra um sistema, livre de qualquer força externa, com um êmbolo que pode ser deslocado sem atrito em seu interior. Fixando o êmbolo e preenchendo o recipiente de volume V com um gás ideal a pressão P, e em seguida liberando o êmbolo, o gás expande-se adiabaticamente. Considerando as respectivas massas m_c, do cilindro, e m_e, do êmbolo, muito maiores que a massa m_g do gás, e sendo γ o expoente de Poisson, a variação da energia interna ΔU do gás quando a velocidade do cilindro for v_c é dada aproximadamente por



a) $3PV^{\gamma}/2$.

b) $3PV/(2(\gamma - 1))$.

c) $-m_c\,(m_e + m_c)\ v_c^2/(2m_e)$.

d) $-\ (m_c + m_e)\ v_c^2/2$.

e) $-m_e\,(m_e + m_c)\ v_c^2/(2m_c)$.

alternativa C

Considerando o sistema em repouso antes de liberar o êmbolo, da conservação da quantidade de movimento, vem:

$$\vec{Q}_{antes} = \vec{Q}_{depois} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 = m_c \cdot v_c + m_e \cdot v_e \Rightarrow v_e = -\frac{m_c \cdot v_c}{m_e}$$

Logo, a energia cinética do sistema quando o cilindro estiver com velocidade v_c e o êmbolo com velocidade v_e será:

$$E_{cin} = \frac{m_c \cdot v_c^2}{2} + \frac{m_e \cdot v_e^2}{2} =$$

$$= \frac{m_c \cdot v_c^2}{2} + \frac{m_e \cdot m_c^2 \cdot v_c^2}{2m_e^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{cin} = \frac{v_c^2}{2m_e} \cdot m_c \cdot (m_e + m_c)$$

Como o êmbolo sofre uma expansão adiabática, da primeira lei da termodinâmica, com o sistema livre de forças externas, vem:

$$\Delta U = -\tau \Rightarrow \Delta U = -\Delta E_{cin} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta U = -\frac{v_c^2}{2m_e} \cdot m_c \cdot (m_e + m_c)}$$

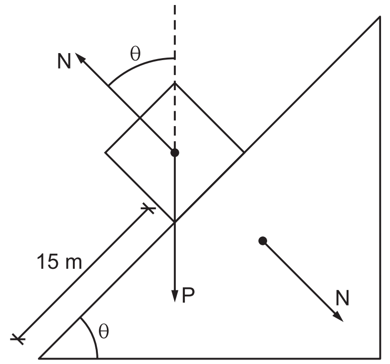
QUESTÃO 9

Uma rampa maciça de 120 kg inicialmente em repouso, apoiada sobre um piso horizontal, tem sua declividade dada por $\tan\ \theta = 3/4$. Um corpo de 80 kg desliza nessa rampa a partir do repouso, nela percorrendo 15 m até alcançar o piso. No final desse percurso, e desconsiderando qualquer tipo de atrito, a velocidade da rampa em relação ao piso é de aproximadamente

a) 1 m/s.
b) 3 m/s.
c) 5 m/s.
d) 2 m/s.
e) 4 m/s.

alternativa C

Do enunciado, podemos construir a seguinte figura:



As acelerações horizontais do corpo e da rampa são, respectivamente, $\frac{N\,\text{sen}\theta}{80}$ e $\frac{N\,\text{sen}\theta}{120}$. A aceleração vertical para baixo do corpo é dada por $g - \frac{N\cos\theta}{80}$.

No instante t em que o corpo alcança o piso, os deslocamentos horizontais somam $15\cos\theta$ e o deslocamento vertical do corpo é $15\,\text{sen}\theta$. Assim:

$$\begin{cases} \left(\frac{N\,\text{sen}\theta}{80} + \frac{N\,\text{sen}\theta}{120}\right) \cdot \frac{t^2}{2} = 15\cos\theta \\ \left(g - \frac{N\cos\theta}{80}\right) \cdot \frac{t^2}{2} = 15\,\text{sen}\theta \end{cases}$$

Dividindo as equações, temos:

$$\frac{N\,\text{sen}\theta\left(\frac{1}{80} + \frac{1}{120}\right)}{g - \frac{N\cos\theta}{80}} = \frac{\cos\theta}{\text{sen}\theta}$$

Sendo $g = 10\ m/s^2$, $\text{sen}\theta = \frac{3}{5}$ e $\cos\theta = \frac{4}{5}$, vem:

$$N \cdot \frac{3}{5}\left(\frac{1}{80} + \frac{1}{120}\right) = \frac{4}{3}\left(10 - \frac{N}{80} \cdot \frac{4}{5}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = 516\ \text{newtrons}$$

Como não há forças externas na horizontal, os deslocamentos do corpo e da rampa são inversamente proporcionais às suas massas:

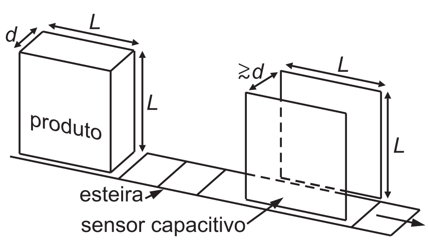
$$\begin{cases} 80 \cdot x_C = 120 \cdot x_R \\ x_C + x_R = 15\cos\theta = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} x_C = 7{,}2\ m \\ x_R = 4{,}8\ m \end{array}$$

Finalmente, a velocidade da rampa ao final do percurso é dada pela Equação de Torricelli:

$$v^2 = 2 \cdot \frac{N\,\text{sen}\theta}{120} \cdot x_R = 24{,}8 \Rightarrow \boxed{v = 5\ m/s}$$

QUESTÃO 10

Certo produto industrial constitui-se de uma embalagem rígida cheia de óleo, de dimensões $L \times L \times d$, sendo transportado numa esteira que passa por um sensor capacitivo de duas placas paralelas e quadradas de lado L, afastadas entre si de uma distância ligeiramente maior que d, conforme a figura. Quando o produto estiver inteiramente inserido entre as placas, o sensor deve acusar um valor de capacitância C_0. Considere, contudo, tenha havido antes um indesejado vazamento de óleo, tal que a efetiva medida da capacitância seja $C = 3/4C_0$. Sendo dadas as respectivas constantes dielétricas do óleo, $k = 2$; e do ar, $k_{ar} = 1$, e desprezando o efeito da constante dielétrica da embalagem, assinale a percentagem do volume de óleo vazado em relação ao seu volume original.



a) 5% **b)** 50% **c)** 100%
d) 10% **e)** 75%

alternativa B

Considerando o volume total de óleo, temos:

$$C_0 = \frac{k\,\varepsilon_0 L^2}{d} \Rightarrow C_0 = \frac{2\varepsilon_0 L^2}{d} \quad (I)$$

Supondo que com o vazamento o nível do óleo tenha baixado de x, sua capacitância é dada por:

$$\frac{3}{4}C_0 = \frac{k_{ar}\,\varepsilon_0 \cdot L \cdot x}{d} + \frac{k\,\varepsilon_0 \cdot L\,(L-x)}{d} \qquad (II)$$

Substituindo I em II, temos:

$$\frac{3}{4}\cdot\frac{2\,\cancel{\varepsilon_0}\,L^{\cancel{2}}}{\cancel{d}} = \frac{1\cdot\cancel{\varepsilon_0}\cdot\cancel{L}\cdot x}{\cancel{d}} + \frac{2\cdot\cancel{\varepsilon_0}\cdot\cancel{L}\,(L-x)}{\cancel{d}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 0{,}5\,L$$

Assim, o nível do óleo caiu pela metade, ou seja, a percentagem do volume do óleo vazado é de 50% do original.

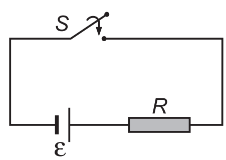
QUESTÃO 11

O circuito mostrado na figura é constituído por um gerador com f.e.m. ε e um resistor de resistência R. Considere as seguintes afirmações, sendo a chave S fechada:

I - Logo após a chave S ser fechada haverá uma f.e.m. autoinduzida no circuito.

II - Após um tempo suficientemente grande cessará o fenômeno de autoindução no circuito.

III- A autoindução no circuito ocorrerá sempre que houver variação da corrente elétrica no tempo.



Assinale a alternativa verdadeira.

a) Apenas a I é correta.
b) Apenas a II é correta.
c) Apenas a III é correta.
d) Apenas a II e a III são corretas.
e) Todas são corretas.

alternativa E

Analisando as afirmações, temos:

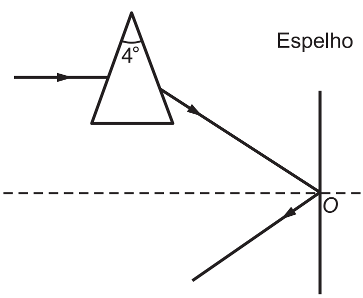
I. Correta. Quando a chave S é fechada, a corrente leva um intervalo de tempo (Δt) para ir de zero a seu valor máximo ε/R. Assim, nesse Δt, haverá um aumento do fluxo magnético através do próprio circuito, resultando, de acordo com a Lei de Faraday, numa f.e.m. autoinduzida no circuito.

II. Correta. Após um tempo suficientemente grande, a corrente será constante. Assim, não haverá variação do fluxo magnético no interior do circuito e, por isso, cessará o fenômeno da autoindução.

III. Correta. A autoindução no circuito ocorrerá apenas se houver uma variação do fluxo magnético em seu interior. Esse fato ocorrerá sempre que houver uma variação da corrente elétrica no tempo.

QUESTÃO 12

Um raio horizontal de luz monocromática atinge um espelho plano vertical após incidir num prisma com abertura de 4^o e índice de refração $n = 1{,}5$. Considere o sistema imerso no ar e que tanto o raio emergente do prisma como o refletido pelo espelho estejam no plano do papel, perpendicular ao plano do espelho, como mostrado na figura. Assinale a alternativa que indica respectivamente o ângulo e o sentido em que deve ser girado o espelho em torno do eixo perpendicular ao plano do papel que passa pelo ponto O, de modo que o raio refletido retorne paralelamente ao raio incidente no prisma.



a) 4^o, sentido horário.
b) 2^o, sentido horário.
c) 2^o, sentido anti-horário.
d) 1^o, sentido horário.
e) 1^o, sentido anti-horário.

alternativa D

Para pequenos ângulos de abertura, temos:

$$\delta = A\left(\frac{n_v}{n_{ar}} - 1\right) \Rightarrow \delta = 4\left(\frac{1,5}{1} - 1\right) \Rightarrow \delta = 2^o$$

Como o ângulo girado pelo raio refletido é o dobro do valor do ângulo girado pelo espelho, para um desvio de 2^o no sentido horário, o espelho deve girar 1^o no mesmo sentido.

QUESTÃO 13

Um prato plástico com índice de refração 1,5 é colocado no interior de um forno de micro-ondas que opera a uma frequência de $2{,}5 \times 10^9$ Hz. Supondo que as micro-ondas incidam perpendicularmente ao prato, pode-se afirmar que a mínima espessura deste em que ocorre o máximo de reflexão das micro-ondas é de

a) 1,0 cm.
b) 2,0 cm.
c) 3,0 cm.
d) 4,0 cm.
e) 5,0 cm.

alternativa B

Da definição de índice de refração absoluto e da equação fundamental da ondulatória, temos:

$$\left| \begin{array}{l} n = \dfrac{c}{v} \\ v = \lambda \cdot f \end{array} \right. \Rightarrow \frac{c}{n} = \lambda f \Rightarrow \frac{3 \cdot 10^8}{1,5} = \lambda \cdot 2,5 \cdot 10^9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda = 8 \cdot 10^{-2}\, m$$

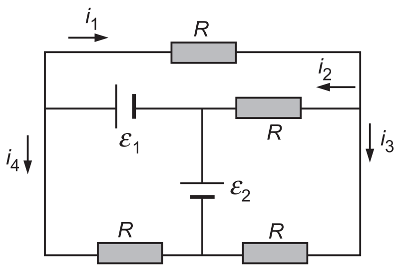
Com a incidência perpendicular das ondas sobre o prato, ocorrerá reflexão com inversão de fase na incidência direta, e reflexão sem inversão de fase das ondas que refratam para o plástico e refletem na superfície interna do prato. Assim, a mínima espessura d do prato será dada quando ocorrer a primeira interferência construtiva (k = 1) dada por:

$$d = k\frac{\lambda}{4} \Rightarrow d = 1 \cdot \frac{8 \cdot 10^{-2}}{4} \Rightarrow d = 2 \cdot 10^{-2}\, m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{d = 2\ cm}$$

QUESTÃO 14

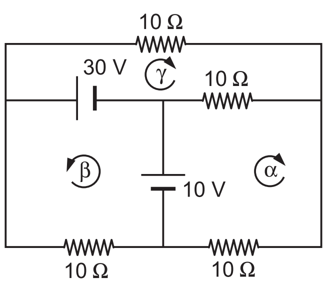
Considere o circuito elétrico mostrado na figura formado por quatro resistores de mesma resistência, $R = 10\ \Omega$, e dois geradores ideais cujas respectivas forças eletromotrizes são $\varepsilon_1 = 30\ V$ e $\varepsilon_2 = 10\ V$. Pode-se afirmar que as correntes i_1, i_2, i_3 e i_4 nos trechos indicados na figura, em ampères, são respectivamente de



a) 2, 2/3, 5/3 e 4.
b) 7/3, 2/3, 5/3 e 4.
c) 4, 4/3, 2/3 e 2.
d) 2, 4/3, 7/3 e 5/3.
e) 2, 2/3, 4/3 e 4.

alternativa B

Vamos adotar as correntes fictícias α, β e γ indicadas a seguir:



Da Lei de Ohm-Pouillet, vem:

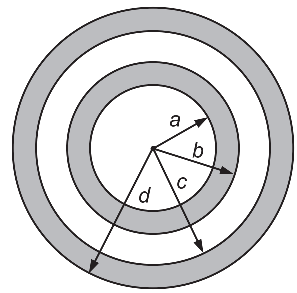
$$\begin{cases} 10\alpha - 10 + 10(\alpha - \gamma) = 0 \\ 10\beta - 10 - 30 = 0 \\ 10\gamma - 30 + 10(\gamma - \alpha) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 5/3\ A \\ \beta = 4\ A \\ \gamma = 7/3\ A \end{cases}$$

Assim, as correntes pedidas são dadas por:

$$\begin{cases} i_1 = \gamma \\ i_2 = \gamma - \alpha \\ i_3 = \alpha \\ i_4 = \beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = 7/3\ A \\ i_2 = 7/3 - 5/3 \\ i_3 = 5/3\ A \\ i_4 = 4\ A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{i_1 = 7/3\ A} \\ \boxed{i_2 = 2/3\ A} \\ \boxed{i_3 = 5/3\ A} \\ \boxed{i_4 = 4\ A} \end{cases}$$

QUESTÃO 15

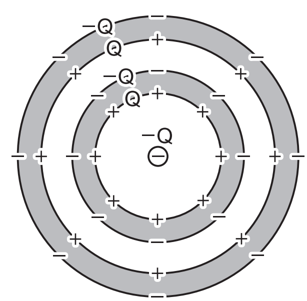
A figura mostra duas cascas esféricas condutoras concêntricas no vácuo, descarregadas, em que a e c são, respectivamente, seus raios internos, e b e d seus respectivos raios externos. A seguir, uma carga pontual negativa é fixada no centro das cascas. Estabelecido o equilíbrio eletrostático, a respeito do potencial nas superfícies externas das cascas e do sinal da carga na superfície de raio d, podemos afirmar, respectivamente, que



a) $V(b) > V(d)$ e a carga é positiva.
b) $V(b) < V(d)$ e a carga é positiva.
c) $V(b) = V(d)$ e a carga é negativa.
d) $V(b) > V(d)$ e a carga é negativa.
e) $V(b) < V(d)$ e a carga é negativa.

alternativa E

Devido à indução, teremos a seguinte distribuição de cargas:



Assim, a carga na superfície de raio d *é negativa. Os potenciais das superfícies de raios* b *e* d *são dados por:*

$$\begin{cases} V(b) = \cancel{\dfrac{k(-Q)}{b}} + \cancel{\dfrac{kQ}{b}} + \dfrac{k(-Q)}{b} + \dfrac{kQ}{c} + \dfrac{k(-Q)}{d} \\ V(d) = \cancel{\dfrac{k(-Q)}{d}} + \cancel{\dfrac{kQ}{d}} + \cancel{\dfrac{k(-Q)}{d}} + \cancel{\dfrac{kQ}{d}} + \dfrac{k(-Q)}{d} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V(b) = \frac{kQ}{c} - \frac{kQ}{b} + V(d) \Rightarrow$$

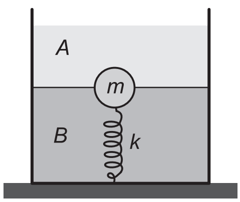
$$\Rightarrow V(b) - V(d) = \frac{kQ}{c} - \frac{kQ}{b}$$

Como $b < c$, *temos:*

$$V(b) - V(d) < 0 \Rightarrow \boxed{V(b) < V(d)}$$

QUESTÃO 16

Um recipiente contém dois líquidos homogêneos e imiscíveis, A e B, com densidades respectivas ρ_A e ρ_B. Uma esfera sólida, maciça e homogênea, de massa $m = 5$ kg, permanece em equilíbrio sob ação de uma mola de constante elástica $k = 800$ N/m, com metade de seu volume imerso em cada um dos líquidos, respectivamente, conforme a figura. Sendo $\rho_A = 4\rho$ e $\rho_B = 6\rho$, em que ρ é a densidade da esfera, pode-se afirmar que a deformação da mola é de



a) 0 m. **b)** 9/16 m. **c)** 3/8 m.
d) 1/4 m. **e)** 1/8 m.

alternativa D

Do sistema de forças que atuam na esfera, no equilíbrio, temos:

$$F_e + P = E_A + E_B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow kx + \rho V g = 4\rho \frac{V}{2} g + 6\rho \frac{V}{2} g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow kx = 4\rho V g = 4mg \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 800 \cdot x = 4 \cdot 5 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{4}\ m}$$

QUESTÃO 17

Diferentemente da dinâmica newtoniana, que não distingue passado e futuro, a direção temporal tem papel marcante no nosso dia-a-dia. Assim, por exemplo, ao aquecer uma parte de um corpo macroscópico e o isolarmos termicamente, a temperatura deste se torna gradualmente uniforme, jamais se observando o contrário, o que indica a direcionalidade do tempo. Diz-se então que os processos macroscópicos são irreversíveis, evoluem do passado para o futuro e exibem o que o famoso cosmólogo Sir Arthur Eddington denominou de seta do tempo. A lei física que melhor traduz o tema do texto é

a) a segunda lei de Newton.
b) a lei de conservação da energia.
c) a segunda lei da termodinâmica.
d) a lei zero da termodinâmica.
e) a lei de conservação da quantidade de movimento.

alternativa C

A lei física que melhor traduz o tema do texto é a Segunda Lei da Termodinâmica. Um de seus enunciados diz que, em um processo irreversível, a entropia do Universo aumenta.

QUESTÃO 18

Num experimento que usa o efeito fotoelétrico ilumina-se a superfície de um metal com luz proveniente de um gás de hidrogênio cujos átomos sofrem transições do estado n para o estado fundamental. Sabe-se que a função trabalho ϕ do metal é igual à metade da energia de ionização do átomo de hidrogênio cuja energia do estado n é dada por $E_n = E_1/n^2$. Considere as seguintes afirmações:

I - A energia cinética máxima do elétron emitido pelo metal é $E_C = E_1/n^2 - E_1/2$.
II - A função trabalho do metal é $\phi = -E_1/2$.
III - A energia cinética máxima dos elétrons emitidos aumenta com o aumento da frequência da luz incidente no metal a partir da frequência mínima de emissão.

Assinale a alternativa verdadeira.

a) Apenas a I e a III são corretas.
b) Apenas a II e a III são corretas.
c) Apenas a I e a II são corretas.
d) Apenas a III é correta.
e) Todas são corretas.

alternativa E

Do modelo de Bohr para o átomo de hidrogênio, a energia de estado é dada por:

$$E_n = -\frac{E_0}{n^2}$$

Assim concluímos que E_1 é negativo.

Sendo a função trabalho do metal (ϕ), temos, do enunciado, que:

$$\phi = \frac{|E_1|}{2} \Rightarrow \phi = -\frac{E_1}{2} \qquad (I)$$

Analisando as afirmativas, temos:
I. Correta. Da equação do efeito fotoelétrico, temos:

$$E_c^{máx.} = E_{fóton} - \phi \qquad (II)$$

A energia do fóton, que é emitido de uma transição do estado $n(E_i)$ para o estado fundamental (E_f) do átomo de hidrogênio, é dada por:

$$E_{fóton} = \left|E_f - E_i\right| = \left|\frac{E_1}{n^2} - \frac{E_1}{1^2}\right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{fóton} = \frac{E_1}{n^2} - E_1 \qquad (III)$$

De II e III, temos:

$$E_c^{máx.} = \frac{E_1}{n^2} - E_1 - \left(-\frac{E_1}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{E_c^{máx.} = \frac{E_1}{n^2} - \frac{E_1}{2}}$$

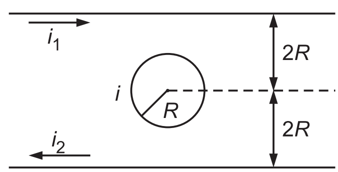
II. Correta. Verificar a equação I.
III. Correta. A energia mínima do fóton emitido pelo átomo de hidrogênio será o emitido na transição de $n = 2$ para $n = 1$:

$$E_{fóton} = \left|\frac{E_1}{2^2} - E_1\right| \Rightarrow E_f = \frac{3}{4}|E_1| > \phi$$

Ou seja, o fóton menos energético emitido em uma transição do átomo de hidrogênio já supera a função trabalho do metal em questão.
Assim, a energia cinética máxima dos elétrons emitidos aumenta com o aumento da frequência da luz incidente a partir da frequência mínima de emissão.
Observação: caso a equação dada $E_n = \frac{E_1}{n^2}$ seja a energia de ionização, teremos E_1 positivo e as afirmativas I e II serão incorretas, e a alternativa correta seria então a D.

QUESTÃO 19

Uma espira circular de raio R é percorrida por uma corrente elétrica i criando um campo magnético. Em seguida, no mesmo plano da espira, mas em lados opostos, a uma distância $2R$ do seu centro colocam-se dois fios condutores retilíneos, muito longos e paralelos entre si, percorridos por correntes i_1 e i_2 não nulas, de sentidos opostos, como indicado na figura. O valor de i e o seu sentido para que o módulo do campo de indução resultante no centro da espira não se altere são respectivamente



a) $i = (1/2\pi)\,(i_1 + i_2)$ e horário.
b) $i = (1/2\pi)\,(i_1 + i_2)$ e anti-horário.
c) $i = (1/4\pi)\,(i_1 + i_2)$ e horário.
d) $i = (1/4\pi)\,(i_1 + i_2)$ e anti-horário.
e) $i = (1/\pi)\,(i_1 + i_2)$ e horário.

alternativa D

O módulo do campo de indução (B) gerado no centro da espira isolada, quando percorrida pela corrente i, é dado por $B = \frac{\mu \cdot i}{2 \cdot R}$.
Pela Regra da Mão Direita, os campos gerados pelos fios (B_1 e B_2) entram no centro da espira, perpendicularmente ao plano do papel.
Assim, pela Regra da Mão Direita, a corrente i na espira deve ter sentido anti-horário, gerando no centro dela um campo para fora do papel, de modo que o módulo do campo resultante permaneça inalterado e igual a B.
Dessa condição, vem:

$$(B_1 + B_2) - \frac{\mu \cdot i}{2 \cdot R} = \frac{\mu \cdot i}{2 \cdot R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\mu \cdot i_1}{2\pi \cdot (2R)} + \frac{\mu \cdot i_2}{2\pi \cdot (2R)} = 2 \cdot \frac{\mu \cdot i}{2 \cdot R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\cancel{\mu}}{\cancel{2}R}\right) \cdot \frac{1}{2\pi}(i_1 + i_2) = 2 \cdot \left(\frac{\cancel{\mu}}{\cancel{2}R}\right) \cdot i \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{i = \left(\frac{1}{4\pi}\right) \cdot (i_1 + i_2)}$$

QUESTÃO 20

Uma lua de massa m de um planeta distante, de massa $M \gg m$, descreve uma órbita elíptica com semieixo maior a e semieixo menor b, perfazendo um sistema de energia E. A lei das áreas de Kepler relaciona a velocidade v da lua no apogeu com sua velocidade v' no perigeu, isto é, $v'(a - e) = v(a + e)$, em que e é a medida do centro ao foco da elipse. Nessas condições, podemos afirmar que

a) $E = -GMm/(2a)$.

b) $E = -GMm/(2b)$.

c) $E = -GMm/(2e)$.

d) $E = -GMm/\sqrt{a^2 + b^2}$

e) $v' = \sqrt{2GM/(a - e)}$.

alternativa A

A energia no apogeu e no perigeu é dada por:

$$E_a = \frac{-GMm}{a + e} + \frac{mv^2}{2} \quad (I)$$

$$E_p = \frac{-GMm}{a - e} + \frac{mv'^2}{2} \quad (II)$$

Multiplicando (I) por $(a + e)^2$, (II) por $-(a - e)^2$ e somando as equações, da conservação da energia, vem:

$$[(a + e)^2 - (a - e)^2]E =$$

$$= -GMm(a + e) + GMm(a - e) +$$

$$+ \frac{m}{2}[v(a + e)]^2 - \frac{m}{2}[v'(a - e)^2] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{E = -\frac{GMm}{2a}}$$

Questões dissertativas

QUESTÃO 21

Considere as seguintes relações fundamentais da dinâmica relativística de uma partícula: a massa relativística $m = m_0\gamma$, o momentum relativístico $p = m_0\gamma v$ e a energia relativística $E = m_0\gamma c^2$, em que m_0 é a massa de repouso da partícula e $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ é o fator de Lorentz. Demonstre que $E^2 - p^2c^2 = (m_0c^2)^2$ e, com base nessa relação, discuta a afirmação: "Toda partícula com massa de repouso nula viaja com a velocidade da luz c".

Resposta

A partir das equações dadas no enunciado, temos:

$$\left| \begin{array}{l} E = m_0\gamma c^2 \\ p = m_0\gamma v \\ \gamma = 1/\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E^2 - p^2c^2 = \frac{m_0^2c^4}{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \frac{m_0^2v^2c^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow$$

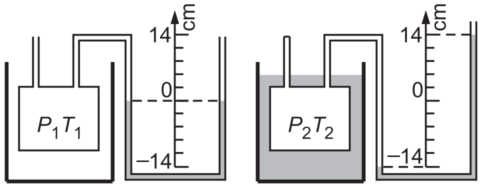
$$\Rightarrow E^2 - p^2c^2 = m_0^2c^4\left(\frac{1 - \frac{v^2}{c^2}}{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right) = (m_0c^2)^2$$

Quando a massa de repouso tende a zero, e considerando que foi demonstrado experimentalmente que tais partículas têm energia e momentum, o fator de Lorentz deve tender ao infinito, com a velocidade tendendo a c. Nesse caso, com a equação obtida, verificamos que:

$$E^2 - p^2c^2 = 0 \Rightarrow p = \frac{E}{c}$$

QUESTÃO 22

Um recipiente é inicialmente aberto para a atmosfera a temperatura de 0^o C. A seguir, o recipiente é fechado e imerso num banho térmico com água em ebulição. Ao atingir o novo equilíbrio, observa-se o desnível do mercúrio indicado na escala das colunas do manômetro. Construa um gráfico $P \times T$ para os dois estados do ar no interior do recipiente e o extrapole para encontrar a temperatura T_0 quando a pressão $P = 0$, interpretando fisicamente este novo estado à luz da teoria cinética dos gases.



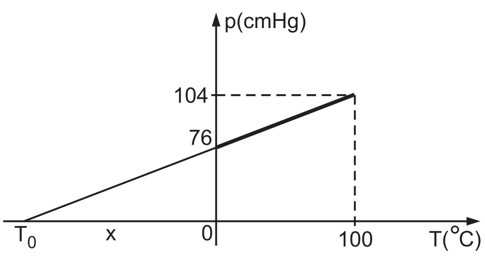
Resposta

Da Lei de Stevin, pelo desnível das colunas do manômetro, temos:

$$\begin{cases} P_1 = 1\text{ atm} = 76\text{ cm Hg} \\ P_2 = P_1 + p_{desnível} \\ p_{desnível} = 28\text{ cm Hg} \end{cases} \Rightarrow P_2 = 76 + 28 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_2 = 104\text{ cm Hg}$$

Desconsiderando a variação de volume do gás no recipiente, de acordo com a Lei Geral dos Gases (PV = nRT), a pressão varia linearmente com a temperatura. Assim, o gráfico pedido é dado por:



Em que 100°C é a temperatura de ebulição da água para a segunda situação em 1 atm. Após a extrapolação para pressão P = 0, por semelhança de triângulos, temos:

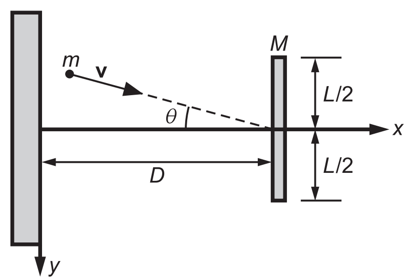
$$\frac{x}{76} = \frac{x + 100}{104} \Rightarrow x = -271,43$$

Ou seja, $T_0 = -271,43^oC$

De acordo com a teoria cinética dos gases, essa temperatura corresponde à menor temperatura possível considerada na situação ideal, em que todas as moléculas do gás estão em repouso, cessando, assim, as colisões com as paredes do recipiente e justificando a pressão P = 0. O valor teórico aceito para essa temperatura, chamada zero absoluto (0 K), é de –273,15°C. Observa-se que T_0 *difere desse valor em aproximadamente 0,6%. Tal diferença deve ser justificada devido a algum erro experimental, provavelmente a leitura do manômetro ou a uma pequena variação de volume do gás.*

QUESTÃO 23

Num plano horizontal $x \times y$, um projétil de massa m é lançado com velocidade **v**, na direção θ com o eixo x, contra o centro de massa de uma barra rígida, homogênea, de comprimento L e massa M, que se encontra inicialmente em repouso a uma distância D de uma parede, conforme a figura. Após uma primeira colisão elástica com a barra, o projétil retrocede e colide elasticamente com a parede. Desprezando qualquer atrito, determine o intervalo de valores de θ para que ocorra uma segunda colisão com a barra, e também o tempo decorrido entre esta e a anterior na parede.



Resposta

Para o 1º choque entre o projétil e a barra, na direção horizontal, da conservação da quantidade de movimento, vem:

$$\vec{Q}_{x_{antes}} = \vec{Q}_{x_{depois}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow mv\cos\theta = mv'_x + MV' \quad (I)$$

Sendo o choque elástico (e = 1), temos:

$$-\frac{v'_x - V'}{v\cos\theta} = 1 \Rightarrow V' = v\cos\theta + v'_x \quad (II)$$

Fazendo II em I, vem:

$$mv\cos\theta = mv'_x + M(v\cos\theta + v'_x) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v'_x = \frac{(m - M)v\cos\theta}{(m + M)}$$

Substituindo em II:

$$V' = v\cos\theta + \frac{(m-M)}{(m+M)}v\cos\theta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V' = \frac{2mv\cos\theta}{(m+M)}$$

Podemos calcular o tempo (t_I) decorrido entre o primeiro choque do projétil com a barra até o choque do projétil com a parede, como a seguir:

$$t_I = \frac{D}{-v'_x} = \frac{D(m+M)}{(M-m)v\cos\theta}$$

Nesse instante, a distância entre a barra e a parede é dada por:

$$X_{B_I} = D + V'\cdot t_I \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X_{B_I} = D + \frac{2mv\cancel{\cos\theta}}{\cancel{(m+M)}}\cdot\frac{D\cancel{(m+M)}}{(M-m)v\cancel{\cos\theta}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X_{B_I} = D\left(1 + \frac{2m}{M-m}\right)$$

Para que ocorra o segundo choque entre o projétil, que após rebater na parede volta com velocidade $-v_x$, e a barra, a barra e o projétil devem estar na mesma abscissa (x) no mesmo instante. Assim, temos:

$$X_{P_{II}} = X_{B_{II}} \Rightarrow -v'_x\cdot t_{II} = X_{B_I} + V'\cdot t_{II} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{(m-M)v\cos\theta}{(m+M)}t_{II} =$$

$$= D\left(1+\frac{2m}{M-m}\right) + \frac{2mv\cos\theta}{(m+M)}t_{II} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{t_{II} = \frac{D}{v\cos\theta}\left[\frac{(m+M)^2}{(M-m)(M-3m)}\right]}$$

Para que ocorra uma segunda colisão entre o projétil e a barra, o deslocamento vertical total do projétil deve ser menor que $\frac{L}{2}$. Assim, temos:

$$v'_y(t_I + t_{II}) \le \frac{L}{2} \quad (III)$$

Para os choques entre o projétil e a parede e entre o projétil e a barra, na vertical, da conservação da quantidade de movimento, vem:

$$\vec{Q}_{Y_{antes}} = \vec{Q}_{Y_{depois}} \Rightarrow \cancel{m}\cdot v\,\mathrm{sen}\theta = \cancel{m}\cdot v'_y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v'_y = v\,\mathrm{sen}\theta \quad (IV)$$

Fazendo IV em III, temos:

$$v\,\mathrm{sen}\theta\left(\frac{D(m+M)}{(M-m)v\cos\theta} + \frac{D}{v\cos\theta}\left[\frac{(m+M)^2}{(M-m)(M-3m)}\right]\right) \le \frac{L}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathrm{tg}\theta\cdot D\left(\frac{m+M}{M-m}\right)\left[\frac{m+M}{M-3m}+1\right] \le \frac{L}{2} \Rightarrow$$

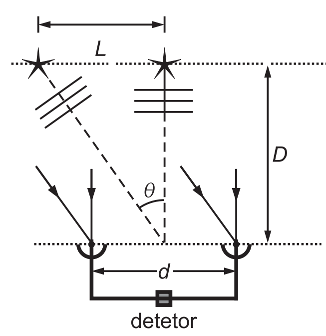
$$\Rightarrow \mathrm{tg}\theta \le \frac{L}{2D}\left(\frac{M-m}{m+M}\right)\cdot\frac{1}{2\left(\frac{M-m}{M-3m}\right)}$$

Assim, o intervalo de valores de θ é:

$$\boxed{O \le |\theta| \le \mathrm{arctg}\left[\frac{L}{4D}\left(\frac{M-3m}{M+m}\right)\right]}$$

QUESTÃO 24

Dois radiotelescópios num mesmo plano com duas estrelas operam como um interferômetro na frequência de 2,1 GHz. As estrelas são interdistantes de $L = 5{,}0$ anos-luz e situam-se a uma distância $D = 2{,}5\times10^7$ anos-luz da Terra. Ver figura. Calcule a separação mínima, d, entre os dois radiotelescópios necessária para distinguir as estrelas. Sendo $\theta << 1$ em radianos, use a aproximação $\theta \simeq \tan\theta \simeq \mathrm{sen}\,\theta$.



Resposta

Considerando o sistema similar a uma dupla fenda, dois pontos de máximo consecutivos distam de um valor y calculado por:

$$\left|\begin{array}{l}\lambda = \frac{L\cdot y}{D}\\ v = \lambda\cdot f\end{array}\right. \Rightarrow \frac{v}{f} = \frac{L\cdot y}{D} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{3\cdot10^8}{2{,}1\cdot10^9} = \frac{5\cdot y}{2{,}5\cdot10^7} \Rightarrow y = 7{,}1\cdot10^5\ m$$

Para realizar a distinção, um radiotelescópio deverá estar em um ponto de máximo enquanto o outro estiver em um ponto de mínimo. Sendo d *a separação mínima, vem:*

$$d = \frac{y}{2} \Rightarrow d = \frac{7{,}1 \cdot 10^5}{2} \Rightarrow \boxed{d = 3{,}6 \cdot 10^5\ m}$$

QUESTÃO 25

Em atmosfera de ar calmo e densidade uniforme d_a, um balão aerostático, inicialmente de densidade d, desce verticalmente com aceleração constante de módulo a. A seguir, devido a uma variação de massa e de volume, o balão passa a subir verticalmente com aceleração de mesmo módulo a. Determine a variação relativa do volume em função da variação relativa da massa e das densidades d_a e d.

Resposta

Aplicando o Princípio Fundamental da Dinâmica, antes e depois do balão sofrer as devidas variações, vem:

$$\left|\begin{array}{l} P - E = m \cdot a \\ E' - P' = m' \cdot a \end{array}\right. \Rightarrow \frac{P - E}{m} = \frac{E' - P'}{m'} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m'(m \cdot g - d_a \cdot V \cdot g) =$$

$$= m(d_a \cdot V' \cdot g - m' \cdot g) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m'(m - d_a \cdot V) = m(d_a \cdot V' - m')$$

Substituindo a massa final (m') por $m + \Delta m$, *e o volume final (V') por* $V + \Delta V$, *temos:*

$$(m + \Delta m) \cdot (m - d_a \cdot V) =$$

$$= m \cdot [d_a(V + \Delta V) - (m + \Delta m)] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m^2 - d_a \cdot V \cdot m + \Delta m \cdot m - \Delta m \cdot d_a \cdot V =$$

$$= m \cdot d_a \cdot V + m \cdot d_a \cdot \Delta V - m^2 - m \cdot \Delta m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2m^2 - \Delta m \cdot d_a \cdot V + 2\Delta m \cdot m =$$

$$= 2m \cdot d_a \cdot V + m \cdot d_a \cdot \Delta V$$

Dividindo todos os termos da expressão por $(m \cdot V \cdot d_a)$, *temos:*

$$\frac{2m^{\cancel{2}}}{\cancel{m} \cdot V \cdot d_a} - \frac{\Delta m \cdot \cancel{d_a} \cdot \cancel{V}}{m \cdot \cancel{V} \cdot \cancel{d_a}} + \frac{2 \cdot \Delta m \cdot \cancel{m}}{\cancel{m} \cdot V \cdot d_a} =$$

$$= \frac{2 \cdot \cancel{m} \cdot \cancel{d_a} \cdot \cancel{V}}{\cancel{m} \cdot \cancel{V} \cdot \cancel{d_a}} + \frac{\cancel{m} \cdot \cancel{d_a} \cdot \Delta V}{\cancel{m} \cdot V \cdot \cancel{d_a}} \Rightarrow$$

$$\frac{2 \cdot \overbrace{m}^{d}}{d_a \cdot V} - \frac{\Delta m}{m} + \frac{2 \cdot \Delta m}{\underbrace{V}_{\frac{m}{d}} \cdot d_a} = 2 + \frac{\Delta V}{V} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\Delta V}{V} = 2\left(\frac{d}{d_a} - 1\right) - \frac{\Delta m}{m}\left(1 - \frac{2d}{d_a}\right)}$$

QUESTÃO 26

Um mol de um gás ideal sofre uma expansão adiabática reversível de um estado inicial cuja pressão é P_i e o volume é V_i para um estado final em que a pressão é P_f e o volume é V_f. Sabe-se que $\gamma = C_p/C_v$ é o expoente de Poisson, em que C_p e C_v são os respectivos calores molares a pressão e a volume constantes. Obtenha a expressão do trabalho realizado pelo gás em função de P_i, V_i, P_f, V_f e γ.

Resposta

Como o gás sofre uma expansão adiabática (Q = 0), da Primeira Lei da Termodinâmica, temos:

$$\Delta U = \overset{0}{\cancel{Q}} - \tau \Rightarrow \tau = -\Delta U$$

Como $\Delta U = C_V \Delta T$, $C_p - C_V = nR$ *e da Equação Geral de Estado dos Gases, temos:*

$$\tau = -C_V \Delta T = -C_V(T_f - T_i) \Rightarrow \tau = C_V(T_i - T_f) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \tau = C_V\left(\frac{P_i V_i}{nR} - \frac{P_f V_f}{nR}\right) = \frac{C_V}{nR}(P_i V_i - P_f V_f) \Rightarrow$$

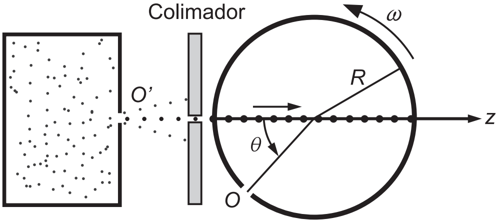
$$\Rightarrow \tau = \frac{C_V}{C_p - C_V}(P_i V_i - P_f V_f) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{1}{\frac{C_p}{C_V} - 1}(P_i V_i - P_f V_f) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\tau = \frac{1}{\gamma - 1}(P_i V_i - P_f V_f)}$$

QUESTÃO 27

Um dispositivo é usado para determinar a distribuição de velocidades de um gás. Em $t = 0$, com os orifícios O' e O alinhados no eixo z, moléculas ejetadas de O', após passar por um colimador, penetram no orifício O do tambor de raio interno R, que gira com velocidade angular constante ω. Considere, por simplificação, que neste instante inicial ($t = 0$) as moléculas em movimento encontram-se agrupadas em torno do centro do orifício O. Enquanto o tambor gira, conforme mostra a figura, tais moléculas movem-se horizontalmente no interior deste ao longo da direção do eixo z, cada qual com sua própria velocidade, sendo paulatinamente depositadas na superfície interna do tambor no final de seus percursos. Nestas condições, obtenha em função do ângulo θ a expressão para $v - v_{min}$, em que v é a velocidade da molécula depositada correspondente ao giro θ do tambor e v_{min} é a menor velocidade possível para que as moléculas sejam depositadas durante a primeira volta deste.



Resposta

Para v_{min}, o tambor dará uma volta completa. Assim, temos:

$$\left| \begin{array}{l} v_{min} = \dfrac{2R}{\Delta t_{min}} \\ \Delta t_{min} = \dfrac{2\pi}{\omega} \end{array} \right. \Rightarrow v_{min} = \dfrac{\cancel{2}R}{\cancel{2}\dfrac{\pi}{\omega}} \Rightarrow v_{min} = \dfrac{R\omega}{\pi}$$

Para v, o tambor dará uma volta correspondente a um ângulo $\theta + 2n\pi$. Logo, temos:

$$\left| \begin{array}{l} v = \dfrac{2R}{\Delta t} \\ \Delta t = \dfrac{\theta + 2n\pi}{\omega} \end{array} \right. \Rightarrow v = \dfrac{2R}{\dfrac{\theta + 2n\pi}{\omega}} \Rightarrow v = \dfrac{2R\omega}{\theta + 2n\pi}$$

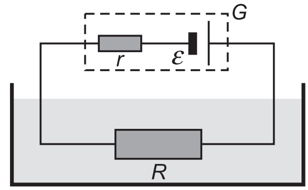
A expressão para $v - v_{min}$ é dada por:

$$v - v_{min} = \frac{2R\omega}{\theta + 2n\pi} - \frac{R\omega}{\pi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{v - v_{min} = R\omega\left(\frac{2}{\theta + 2n\pi} - \frac{1}{\pi}\right)}$$

QUESTÃO 28

O experimento mostrado na figura foi montado para elevar a temperatura de certo líquido no menor tempo possível, dispendendo uma quantidade de calor Q. Na figura, G é um gerador de força eletromotriz ε, com resistência elétrica interna r, e R é a resistência externa submersa no líquido. Desconsiderando trocas de calor entre o líquido e o meio externo, a) Determine o valor de R e da corrente i em função de ε e da potência elétrica P fornecida pelo gerador nas condições impostas. b) Represente graficamente a equação característica do gerador, ou seja, a diferença de potencial U em função da intensidade da corrente elétrica i. c) Determine o intervalo de tempo transcorrido durante o aquecimento em função de Q, i e ε.

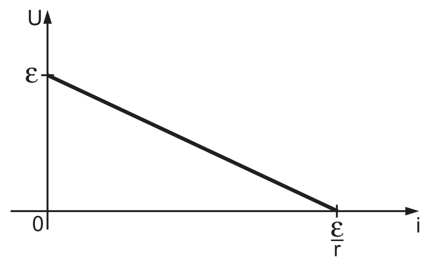


Resposta

a) Para que o líquido seja aquecido no menor tempo possível, o gerador deve operar fornecendo potência máxima, o que ocorre para $R = r$. Dessa forma, a tensão fornecida pelo gerador será $U = \dfrac{\varepsilon}{2}$ e teremos:

$$\left| \begin{array}{l} P = \dfrac{U^2}{R} \\ P = U \cdot i \\ R = r \\ U = \dfrac{\varepsilon}{2} \end{array} \right. \Rightarrow \left| \begin{array}{l} P = \dfrac{\left(\dfrac{\varepsilon}{2}\right)^2}{R} \\ P = \dfrac{\varepsilon}{2} \cdot i \end{array} \right. \Rightarrow \left| \begin{array}{l} \boxed{R = \dfrac{\varepsilon^2}{4P}} \\ \boxed{i = \dfrac{2P}{\varepsilon}} \end{array} \right.$$

b) A equação característica do gerador é esboçada a seguir:



c) O intervalo de tempo (Δt) pedido é dado por:

$$\left|\begin{array}{l} Q = P\cdot\Delta t \\ P = U\cdot i \\ U = \dfrac{\varepsilon}{2} \end{array}\right. \Rightarrow Q = \frac{\varepsilon}{2}\cdot i\cdot\Delta t \Rightarrow \boxed{\Delta t = \frac{2Q}{\varepsilon\cdot i}}$$

QUESTÃO 29

Duas placas condutoras de raio R e separadas por uma distância $d << R$ são polarizadas com uma diferença de potencial V por meio de uma bateria. Suponha sejam uniformes a densidade superficial de carga nas placas e o campo elétrico gerado no vácuo entre elas. Um pequeno disco fino, condutor, de massa m e raio r, é colocado no centro da placa inferior. Com o sistema sob a ação da gravidade g, determine, em função dos parâmetros dados, a diferença de potencial mínima fornecida pela bateria para que o disco se desloque ao longo do campo elétrico na direção da placa superior.

Resposta

Sendo Q a carga da placa inferior, após o disco ser colocado em contato e alcançar o equilíbrio eletrostático, ou seja, mesmas densidades superficiais de carga, o disco adquire uma carga q tal que:

$$\frac{q}{\pi r^2} = \frac{Q}{\pi R^2} \Rightarrow Q = \frac{R^2}{r^2}\cdot q \qquad (1)$$

Sendo ε_0 a permissividade elétrica do vácuo, a capacitância do capacitor formado pelas placas é dada por:

$$C = \frac{\varepsilon_0\cdot A}{d} \Rightarrow \frac{Q}{V} = \frac{\varepsilon_0}{d}\cdot\pi\cdot R^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = \frac{\varepsilon_0\cdot\pi\cdot R^2\cdot V}{d} \qquad (2)$$

De (1) e (2), vem que:

$$\frac{\cancel{R^2}}{r^2}\cdot q = \frac{\varepsilon_0\cdot\pi\cdot\cancel{R^2}\cdot V}{d} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q = \frac{\varepsilon_0\cdot\pi\cdot V\cdot r^2}{d}$$

Dessa forma, para que o disco se desloque no sentido da placa superior, temos:

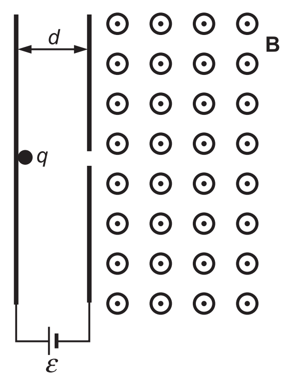
$$F_{el.} > P \Rightarrow |q|\cdot E > m\cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\varepsilon_0\cdot\pi\cdot V\cdot r^2}{d}\cdot\frac{V}{d} > m\cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{V > \frac{d}{r}\cdot\sqrt{\frac{m\cdot g}{\varepsilon_0\cdot\pi}}}$$

QUESTÃO 30

Um próton em repouso é abandonado do eletrodo positivo de um capacitor de placas paralelas submetidas a uma diferença de potencial ε = 1000 V e espaçadas entre si de d = 1 mm, conforme a figura. A seguir, ele passa através de um pequeno orifício no segundo eletrodo para uma região de campo magnético uniforme de módulo B = 1,0 T. Faça um gráfico da energia cinética do próton em função do comprimento de sua trajetória até o instante em que a sua velocidade torna-se paralela às placas do capacitor. Apresente detalhadamente seus cálculos.



Resposta

Considerando uniforme o campo elétrico no interior do capacitor, do teorema da energia cinética e sendo x o comprimento da trajetória, vem:

$$\left|\begin{array}{l} {}_{\vec R}\tau = E_c - \cancel{E_c^0}^{\,0} \\ {}_{\vec R}\tau = {}_{\vec F_{el.}}\tau = e\cdot E\cdot x \Rightarrow E_c = \dfrac{e\cdot\varepsilon}{d}\cdot x \Rightarrow \\ E = \dfrac{\varepsilon}{d} \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow E_c = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1\,000 \cdot x}{1 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_c(x) = 1{,}6 \cdot 10^{-13}\,x$$

Como essa equação vale para $x \le d$, a energia do próton ao alcançar o orifício ($x = d$) é dada por:

$E_c = 1{,}6 \cdot 10^{-13} \cdot 1{,}10^{-3} \Rightarrow E_c = 1{,}6 \cdot 10^{-16}\,J$

Assim, sua velocidade terá valor final (v) dado por:

$$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow 1{,}6 \cdot 10^{-16} = \frac{1{,}7 \cdot 10^{-27} \cdot v^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = 4{,}3 \cdot 10^5\ m/s$$

Ao penetrar na região na qual atua o campo magnético, o próton passa a descrever um MCU de raio R dado por:

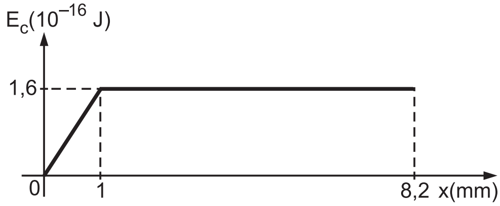
$$R = \frac{m \cdot v}{e \cdot B} = \frac{1{,}7 \cdot 10^{-27} \cdot 4{,}3 \cdot 10^5}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1} \Rightarrow$$

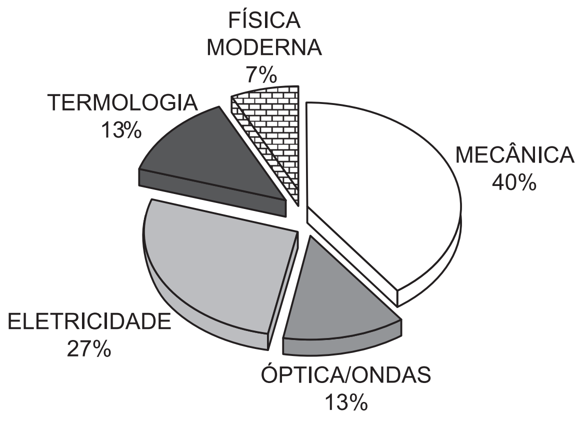
$$\Rightarrow R = 4{,}6\ mm$$

Para que a velocidade se torne paralela às placas do capacitor, o próton deve percorrer 1/4 de circunferência de raio R. Assim o comprimento total da trajetória é dado por:

$$\ell = d + \frac{1}{2}\pi R = 1 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 4{,}6 \Rightarrow \ell = 8{,}2\ mm$$

Assim, como no MCU a energia cinética é constante, podemos esboçar o gráfico da seguinte forma:





Física – Prova mais difícil

Com um significativo aumento no grau de dificuldade, a prova de Física exigiu um domínio conceitual amplo e muito trabalho algébrico. A distribuição de assuntos foi mais equilibrada, percorrendo os principais conceitos de Física. Uma prova difícil e cansativa.