Quando precisar use os seguintes valores para as constantes: 1 ton de TNT = $= 4{,}0 \times 10^9$ J. Aceleração da gravidade $g = 10\ m/s^2$. 1 atm $= 10^5$ Pa. Massa específica do ferro $\rho = 8\,000\ kg/m^3$. Raio da Terra $R = 6\,400$ km. Permeabilidade magnética do vácuo $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ N/A^2$.

Questão 1

Ondas acústicas são ondas de compressão, ou seja, propagam-se em meios compressíveis. Quando uma barra metálica é golpeada em sua extremidade, uma onda longitudinal propaga-se por ela com velocidade $v = \sqrt{Ea/\rho}$. A grandeza E é conhecida como módulo de Young, enquanto ρ é a massa específica e a uma constante adimensional. Qual das alternativas é condizente à dimensão de E?

a) J/m^2 b) N/m^2 c) $J/s \cdot m$
d) $kg \cdot m/s^2$ e) dyn/cm^3

alternativa B

A dimensão de E, usando as dimensões de base da mecânica (MLT), é dada por:

$$\left|\begin{array}{l} [v] = L \cdot T^{-1} \\ [\rho] = M \cdot L^{-3} \\ [v]^2 = \dfrac{[E]}{[\rho]} \end{array}\right. \Rightarrow L^2 \cdot T^{-2} = \frac{[E]}{M \cdot L^{-3}} \Rightarrow [E] = \frac{M}{L \cdot T^2}$$

No Sistema Internacional, temos:

$$[E] = \frac{kg}{m \cdot s^2} \cdot \frac{m}{m} \Rightarrow \boxed{[E] = \frac{N}{m^2}}$$

Questão 2

Considere uma rampa plana, inclinada de um ângulo θ em relação à horizontal, no início da qual encontra-se um carrinho. Ele então recebe uma pancada que o faz subir até uma certa distância, durante o tempo t_s, descendo em seguida até sua posição inicial. A "viagem" completa dura um tempo total t. Sendo μ o coeficiente de atrito cinético entre o carrinho e a rampa, a relação t/t_s é igual a

a) 2

b) $1 + \sqrt{(\tan\theta + \mu)/|\tan\theta - \mu|}$

c) $1 + \sqrt{(\cos\theta + \mu)/|\cos\theta - \mu|}$

d) $1 + \sqrt{(\text{sen}\theta + \mu)/|\cos\theta - \mu|}$

e) $1 - \sqrt{(\tan\theta + \mu)/|\tan\theta - \mu|}$

alternativa B

Na subida a desaceleração do conjunto é dada pela componente do peso ($mg\,\text{sen}\theta$) somada com o atrito ($\mu N = \mu mg\cos\theta$). Assim, do Princípio Fundamental da Dinâmica, temos:

$$R = m\gamma_s \Rightarrow \cancel{m}g\,\text{sen}\theta + \mu\cancel{m}g\cos\theta = \cancel{m}\gamma_s \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \gamma_s = g(\text{sen}\theta + \mu\cos\theta)$$

Para que o corpo desça, devemos ter que $mg\,\text{sen}\theta > \mu mg\cos\theta$. Assim, analogamente à subida, vem:

$$R = m\gamma_D \Rightarrow \cancel{m}g\,\text{sen}\theta - \mu\cancel{m}g\cos\theta = \cancel{m}\gamma_D \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \gamma_D = g(\text{sen}\theta - \mu\cos\theta)$$

Assim, sendo d a distância percorrida na subida (e na descida), temos:

$$\left|\begin{array}{l} v = v_0 + at \\ v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s \end{array}\right. \Rightarrow \left|\begin{array}{l} 0 = v_0 - \gamma_s t_s \\ v = 0 + \gamma_D(t - t_s) \\ 0^2 = v_0^2 - 2\gamma_s \cdot d \\ v^2 = 0^2 + 2\gamma_D \cdot d \end{array}\right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left|\begin{array}{l} \dfrac{v_0}{v} = \dfrac{\gamma_s \cdot t_s}{\gamma_D(t - t_s)} \\ \dfrac{v_0^2}{v^2} = \dfrac{\cancel{2}\gamma_s \cdot \cancel{d}}{\cancel{2}\gamma_D \cdot \cancel{d}} \end{array}\right. \Rightarrow \frac{\gamma_s \cdot t_s}{\gamma_D(t - t_s)} = \sqrt{\frac{\gamma_s}{\gamma_D}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{t_s}{t - t_s} = \sqrt{\frac{\gamma_D}{\gamma_s}} \Rightarrow t_s(\sqrt{\gamma_s} + \sqrt{\gamma_D}) = t\sqrt{\gamma_D} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{t}{t_s} = 1 + \sqrt{\frac{\gamma_s}{\gamma_D}}$$

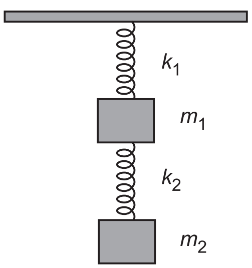
Substituindo-se γ_s e γ_D, vem:

$$\frac{t}{t_s} = 1 + \sqrt{\frac{\cancel{g}(\text{sen}\theta + \mu\cos\theta)}{\cancel{g}(\text{sen}\theta - \mu\cos\theta)}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{t}{t_s} = 1 + \sqrt{\frac{\text{tg}\theta + \mu}{\text{tg}\theta - \mu}}}$$

Questão 3

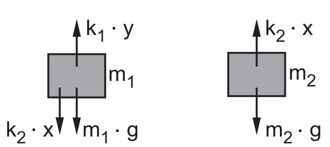
Um elevador sobe verticalmente com aceleração constante e igual a a. No seu teto está preso um conjunto de dois sistemas massa-mola acoplados em série, conforme a figura. O primeiro tem massa m_1 e constante de mola k_1, e o segundo, massa m_2 e constante de mola k_2. Ambas as molas têm o mesmo comprimento natural (sem deformação) ℓ. Na condição de equilíbrio estático relativo ao elevador, a deformação da mola de constante k_1 é y, e a da outra, x. Pode-se então afirmar que $(y - x)$ é



a) $[(k_2 - k_1)m_2 + k_2m_1](g - a)/k_1k_2$.
b) $[(k_2 + k_1)m_2 + k_2m_1](g - a)/k_1k_2$.
c) $[(k_2 - k_1)m_2 + k_2m_1](g + a)/k_1k_2$.
d) $[(k_2 + k_1)m_2 + k_2m_1](g + a)/k_1k_2 - 2\ell$.
e) $[(k_2 - k_1)m_2 + k_2m_1](g + a)/k_1k_2 + 2\ell$.

alternativa C

As forças sobre as duas massas relativas a um referencial inercial, em relação ao qual o elevador possui aceleração a, *são dadas por:*



Supondo que a aceleração a seja vertical para cima, do Princípio Fundamental da Dinâmica, temos:

$$\begin{cases} k_1y - k_2x - m_1g = m_1 \cdot a & (1) \\ k_2x - m_2g = m_2 \cdot a & (2) \end{cases}$$

Somando (1) + (2) vem:

$$k_1y - (m_1 + m_2)g = (m_1 + m_2)a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \frac{(m_1 + m_2)(a + g)}{k_1}$$

De (2) vem:

$$x = \frac{m_2(a + g)}{k_2}$$

Assim, temos:

$$y - x = \frac{(m_1 + m_2)(a + g)}{k_1} - \frac{m_2(a + g)}{k_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{y - x = \frac{[(k_2 - k_1)m_2 + k_2 \cdot m_1](g + a)}{k_1 \cdot k_2}}$$

Obs.: *o enunciado permite considerar que o elevador sobe em movimento retardado. Nessas condições, a relação y – x admite outras possibilidades.*

Questão 4

Apoiado sobre patins numa superfície horizontal sem atrito, um atirador dispara um projétil de massa m com velocidade v contra um alvo a uma distância d. Antes do disparo, a massa total do atirador e seus equipamentos é M. Sendo v_s a velocidade do som no ar e desprezando a perda de energia em todo o processo, quanto tempo após o disparo o atirador ouviria o ruído do impacto do projétil no alvo?

a) $\dfrac{d(v_s + v)(M - m)}{v(Mv_s - m(v_s + v))}$

b) $\dfrac{d(v_s + v)(M + m)}{v(Mv_s + m(v_s + v))}$

c) $\dfrac{d(v_s - v)(M + m)}{v(Mv_s + m(v_s + v))}$

d) $\dfrac{d(v_s + v)(M - m)}{v(Mv_s - m(v_s - v))}$

e) $\dfrac{d(v_s - v)(M - m)}{v(Mv_s + m(v_s + v))}$

alternativa A

Considerando o atirador inicialmente parado e o tiro horizontal, a velocidade v_a *do atirador através do princípio da conservação da quantidade de movimento é dado por:*

$$\vec{Q}_i = \vec{Q}_f \Rightarrow \vec{0} = \vec{Q}_a + \vec{Q}_p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 = -(M - m)v_a + mv \Rightarrow v_a = \frac{mv}{M - m}$$

Assim, o atirador se afasta da parede com velocidade de módulo $\dfrac{mv}{M - m}$.

O intervalo de tempo t_p necessário para que o projétil atinja a parede vale:

$$v = \frac{d}{t_p} \Rightarrow t_p = \frac{d}{v}$$

Nesse intervalo de tempo, o atirador se afasta Δx_a da parede:

$$\Delta x_a = v_a \cdot t_p = \frac{mv}{M - m} \cdot \frac{d}{v} \Rightarrow \Delta x_a = \frac{md}{M - m}$$

Adotando a origem da trajetória na parede e orientando-a no sentido de afastamento, o instante t_e em que o atirador ouvirá o impacto vale:

$$s_s = s_a \Rightarrow s_{0s} + v_s t_e = s_{0a} + v_a t_e \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 + v_s t_e = d + \Delta x_a + \frac{mv}{M - m} t_e \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(v_s - \frac{mv}{M - m}\right) t_e = d + \frac{md}{M - m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{(M - m)v_s - mv}{M - m}\right) t_e = \frac{Md}{M - m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_e = \frac{Md}{(M - m)v_s - mv}$$

O intervalo total de tempo t_t que demora para o atirador ouvir o impacto vale:

$$t_t = t_p + t_e = \frac{d}{v} + \frac{Md}{(M - m)v_s - mv} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_t = d\,\frac{((M - m)v_s - mv + Mv)}{v((M - m)v_s - mv)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{t_t = \frac{d(v_s + v)(M - m)}{v(Mv_s - m(v_s + v))}}$$

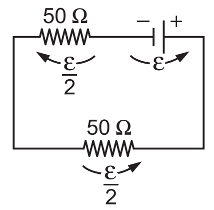
Questão 5

Um gerador elétrico alimenta um circuito cuja resistência equivalente varia de 50 a 150 Ω, dependendo das condições de uso desse circuito. Lembrando que, com resistência mínima, a potência útil do gerador é máxima, então, o rendimento do gerador na situação de resistência máxima, é igual a

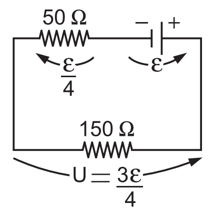
a) 0,25. b) 0,50. c) 0,67.
d) 0,75. e) 0,90.

alternativa D

Na condição de potência máxima, o gerador alimenta um circuito com resistência igual à sua resistência interna, como mostrado a seguir:



Ao alimentar um circuito de resistência 150 Ω, teremos:

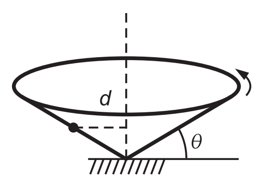


Assim, o rendimento é dado por:

$$\eta = \frac{U}{\varepsilon} = \frac{\frac{3\varepsilon}{4}}{\varepsilon} \Rightarrow \boxed{\eta = 0{,}75}$$

Questão 6

Um funil que gira com velocidade angular uniforme em torno do seu eixo vertical de simetria apresenta uma superfície cônica que forma um ângulo θ com a horizontal, conforme a figura. Sobre esta superfície, uma pequena esfera gira com a mesma velocidade angular mantendo-se a uma distância d do eixo de rotação. Nestas condições, o período de rotação do funil é dado por



a) $2\pi\sqrt{d/g \operatorname{sen} \theta}$.

b) $2\pi\sqrt{d/g \cos \theta}$.

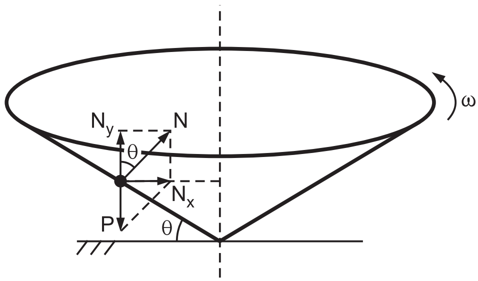
c) $2\pi\sqrt{d/g \tan \theta}$.

d) $2\pi\sqrt{2d/g \operatorname{sen} 2\theta}$.

e) $2\pi\sqrt{d \cos \theta / g \tan \theta}$.

alternativa C

Marcando as forças na esfera, temos:



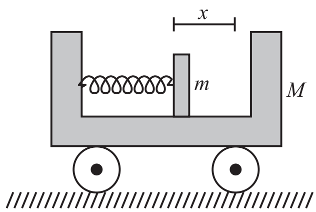
Considerando que a esfera gira em torno do eixo de simetria do funil com a mesma velocidade angular deste, temos:

$$\begin{cases} N\,sen\theta = m\omega^2 d \Rightarrow tg\theta = \dfrac{\omega^2 d}{g} \Rightarrow \\ N\cos\theta = mg \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{g\,tg\theta}{d} \Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{d}{g\,tg\theta}}}$$

Questão 7

No interior de um carrinho de massa M mantido em repouso, uma mola de constante elástica k encontra-se comprimida de uma distância x, tendo uma extremidade presa e a outra conectada a um bloco de massa m, conforme a figura. Sendo o sistema então abandonado e considerando que não há atrito, pode-se afirmar que o valor inicial da aceleração do bloco relativa ao carrinho é



a) kx/m.

b) kx/M.

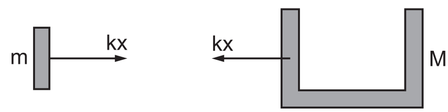
c) $kx/(m + M)$.

d) $kx(M - m)/mM$.

e) $kx(M + m)/mM$.

alternativa E

No instante em que o sistema é abandonado, as forças horizontais sobre o bloco e o carrinho são dadas por:



Tomando o solo como refencial inercial, do Princípio Fundamental da Dinâmica, vem:

$$\begin{cases} kx = m \cdot a_B \\ -kx = M \cdot a_C \end{cases} \Rightarrow a_B = \frac{kx}{m} \text{ e } a_C = \frac{-kx}{M}$$

Assim, a aceleração (a_R) do bloco, relativa ao carrinho na situação inicial, é dada por:

$$a_R = a_B - a_C \Rightarrow a_R = \frac{kx}{m} - \left(\frac{-kx}{M}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{a_R = \frac{kx(M + m)}{mM}}$$

Questão 8

Um corpo movimenta-se numa superfície horizontal sem atrito, a partir do repouso, devido à ação contínua de um dispositivo que lhe fornece uma potência mecânica constante. Sendo v sua velocidade após certo tempo t, pode-se afirmar que

a) a aceleração do corpo é constante.

b) a distância percorrida é proporcional a v^2.

c) o quadrado da velocidade é proporcional a t.

d) a força que atua sobre o corpo é proporcional a $\sqrt{t}$.

e) a taxa de variação temporal da energia cinética não é constante.

alternativa C

Sendo a potência constante, temos:

$$P = \frac{{}_R\tau}{\Delta t} = \frac{\Delta E_c}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{E_c^f - \cancelto{0}{E_c^i}}{t - 0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P \cdot t = \frac{mv^2}{2}$$

Assim, concluímos que o quadrado da velocidade é proporcional a t.

Questão 9

Acredita-se que a colisão de um grande asteroide com a Terra tenha causado a extinção dos dinossauros. Para se ter uma ideia de um impacto dessa ordem, considere um asteroide esférico de ferro, com 2 km de diâmetro, que se encontra em repouso quase no infinito, estando sujeito somente à ação da gravidade terrestre. Desprezando as forças de atrito atmosférico, assinale a opção que expressa a energia liberada no impacto, medida em número aproximado de bombas de hidrogênio de 10 megatons de TNT.

a) 1 b) 10 c) 500
d) 50.000 e) 1.000.000

alternativa D

A energia liberada no impacto corresponde à energia cinética (E_C) adquirida pelo meteoro. Assim, do Princípio da Conservação da Energia Mecânica, temos:

$$E_{mec}^{final} = E_{mec}^{inicial} \Rightarrow E_C + E_G = E_{C_0} + E_{G_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_C - \frac{G \cdot M \cdot m}{R_T} = \frac{m \cdot \cancelto{0}{v_0^2}}{2} - \frac{G \cdot M \cdot m}{\cancelto{\infty}{r}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_C = \frac{G \cdot M \cdot m}{R_T} \quad (I)$$

Da expressão que determina a aceleração da gravidade na superfície terrestre, temos:

$$g = \frac{GM}{R_T^2} \Rightarrow GM = g \cdot R_T^2 \quad (II)$$

Da definição de massa específica, temos:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \quad (III)$$

Substituindo II e III em I, temos:

$$E_C = g \cdot \frac{\cancel{R_T^2} \cdot \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3}{\cancel{R_T}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_C = 10 \cdot 6\,400 \cdot 10^3 \cdot 8\,000 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (1 \cdot 10^3)^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_C = 2{,}1 \cdot 10^{21}\ J.$$

Uma bomba de hidrogênio com 10 megatons de TNT libera energia dada por:

$$E = 10 \text{ megatons de TNT} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E = 10 \cdot 10^6 \cdot 4 \cdot 10^9 = 4 \cdot 10^{16}\ J$$

Assim, o número n de bombas de hidrogênio que corresponde à energia do impacto do meteoro é:

Bombas de hidrogênio	Energia (J)
1	$4 \cdot 10^{16}$
n	$2{,}1 \cdot 10^{21}$

$\Rightarrow$

$$\Rightarrow n = \frac{2{,}1 \cdot 10^{21}}{4 \cdot 10^{16}} \Rightarrow n = 52\,500$$

Logo o número aproximado de bombas de hidrogênio é 50 000.

Questão 10

Boa parte das estrelas do Universo formam sistemas binários nos quais duas estrelas giram em torno do centro de massa comum, CM. Considere duas estrelas esféricas de um sistema binário em que cada qual descreve uma órbita circular em torno desse centro. Sobre tal sistema são feitas duas afirmações:

I. O período de revolução é o mesmo para as duas estrelas e depende apenas da distância entre elas, da massa total deste binário e da constante gravitacional.

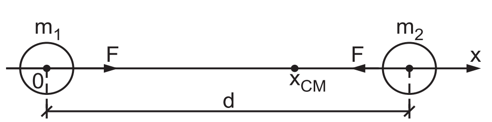
II. Considere que $\vec{R}_1$ e $\vec{R}_2$ são os vetores que ligam o CM ao respectivo centro de cada estrela. Num certo intervalo de tempo Δt, o raio vetor $\vec{R}_1$ varre uma certa área A. Durante este mesmo intervalo de tempo, o raio vetor $\vec{R}_2$ também varre uma área igual a A.

Diante destas duas proposições, assinale a alternativa correta.

a) As afirmações I e II são falsas.
b) Apenas a afirmação I é verdadeira.
c) Apenas a afirmação II é verdadeira.
d) As afirmações I e II são verdadeiras, mas a II não justifica a I.
e) As afirmações I e II são verdadeiras e, além disso, a II justifica a I.

alternativa B

Sendo m_1 e m_2 as massas das estrelas e d a distância entre seus centros, temos:



A distância da estrela m_1 ao centro de massa X_{cm} é dada por:

$$X_{CM} = \frac{m_1 \overset{0}{\cancel{x_1}} + m_2 x_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow X_{CM} = \frac{m_2 d}{m_1 + m_2}$$

Como a força gravitacional é a resultante centrípeta, para as duas estrelas, temos:

$$F = R_{cp} \Rightarrow \left| \begin{array}{l} \dfrac{G\cancel{m_1}m_2}{d^2} = \cancel{m_1}\omega_1^2 X_{CM} \\ \dfrac{Gm_1\cancel{m_2}}{d^2} = \cancel{m_2}\omega_2^2 (d - X_{CM}) \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left| \begin{array}{l} \dfrac{G\cancel{m_2}}{d^2} = \omega_1^2 \dfrac{\cancel{m_2}d}{m_1 + m_2} \\ \dfrac{G\cancel{m_1}}{d_2} = \omega_2^2 \dfrac{[d(\cancel{m_1} + \cancel{m_2}) - \cancel{m_2}d]}{m_1 + m_2} \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left| \begin{array}{l} \omega_1^2 = \dfrac{G(m_1 + m_2)}{d^3} = \left(\dfrac{2\pi}{T_1}\right)^2 \\ \omega_2^2 = \dfrac{G(m_1 + m_2)}{d^3} = \left(\dfrac{2\pi}{T_2}\right)^2 \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{T_1^2}{d^3} = \frac{T_2^2}{d^3} = \frac{4\pi^2}{G(m_1 + m_2)}$$

Assim, temos:

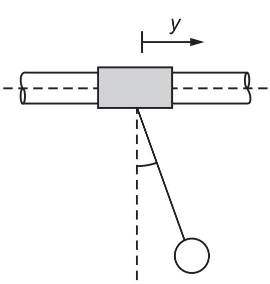
I. Correta. O período das estrelas é o mesmo e depende apenas da distância entre elas, da massa total do conjunto e da constante gravitacional.

II. Incorreta. Para a rotação de um quarto de volta, por exemplo, ambas gastam o mesmo tempo $\left(\frac{T_1}{4} = \frac{T_2}{4}\right)$, mas as áreas varridas serão diferentes, já que $R_1 \neq R_2$.

Obs.: *A rigor, o período depende também do valor 2π.*

Questão 11

Um cilindro vazado pode deslizar sem atrito num eixo horizontal no qual se apoia. Preso ao cilindro, há um cabo de 40 cm de comprimento tendo uma esfera na ponta, conforme figura.



Uma força externa faz com que o cilindro adquira um movimento na horizontal do tipo $y = y_0$ sen $(2\pi ft)$. Qual deve ser o valor de f em hertz para que seja máxima a amplitude das oscilações da esfera?

a) 0,40 b) 0,80 c) 1,3
d) 2,5 e) 5,0

alternativa B

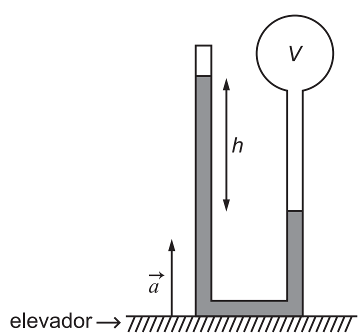
Para que a esfera oscile com máxima amplitude, deve haver ressonância entre os movimentos do cilindro e da esfera, ou seja, ambos devem ter mesma frequência. Assim, para um pêndulo simples, temos:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\ell}} \Rightarrow f = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14}\sqrt{\frac{10}{0{,}4}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{f \cong 0{,}80\ Hz}$$

Questão 12

No interior de um elevador encontra-se um tubo de vidro fino, em forma de U, contendo um líquido sob vácuo na extremidade vedada, sendo a outra conectada a um recipiente de volume V com ar mantido à temperatura constante. Com o elevador em repouso, verifica-se uma altura h de 10 cm entre os níveis do líquido em ambos os braços do tubo. Com o elevador subindo com aceleração constante $\vec{a}$ (ver figura), os níveis do líquido sofrem um deslocamento de altura de 1,0 cm.



Pode-se dizer então que a aceleração do elevador é igual a

a) $-1{,}1$ m/s^2.

b) $-0{,}91$ m/s^2.

c) $0{,}91$ m/s^2.

d) $1{,}1$ m/s^2.

e) $2{,}5$ m/s^2.

alternativa E

Com o elevador em repouso, da Lei de Stevin, vem:

$$p_{ar} = \rho \cdot g \cdot h$$

Na situação na qual o elevador sobe acelerado, a gravidade aparente é $g_{ap} = g + a$. Considerando a pressão do ar constante, haverá uma diminuição do desnível entre os líquidos. Admitindo que em cada ramo do tubo em U o nível do líquido sofre um deslocamento de 1 cm, temos:

$$p'_{ar} = \rho(g + a)(h - 0{,}02)$$

Igualando $p_{ar} = p'_{ar}$, vem:

$$\cancel{\rho} \cdot g \cdot h = \cancel{\rho}(g + a)(h - 0{,}02) \Rightarrow$$

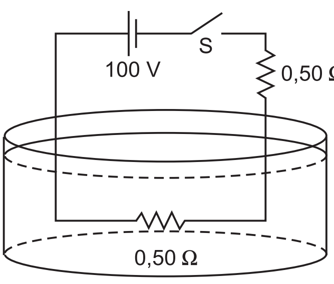
$$\Rightarrow 10 \cdot 0{,}10 = (10 + a)(0{,}10 - 0{,}02) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{a = 2{,}5\ m/s^2}$$

Observação: *se admitirmos que a altura h entre os níveis sofre um deslocamento de 1 cm, utilizando a mesma expressão, chegaremos ao valor $a = 1{,}1\ m/s^2$.*

Questão 13

Conforme a figura, um circuito elétrico dispõe de uma fonte de tensão de 100 V e de dois resistores, cada qual de 0,50 Ω. Um resistor encontra-se imerso no recipiente contendo 2,0 kg de água com temperatura inicial de 20°C, calor específico 4,18 kJ/kg·°C e calor latente de vaporização 2230 kJ/kg. Com a chave S fechada, a corrente elétrica do circuito faz com que o resistor imerso dissipe calor, que é integralmente absorvido pela água. Durante o processo, o sistema é isolado termicamente e a temperatura da água permanece sempre homogênea. Mantido o resistor imerso durante todo o processo, o tempo necessário para vaporizar 1,0 kg de água é



a) 67,0 s. b) 223 s. c) 256 s.
d) 446 s. e) 580 s.

alternativa E

Admitindo-se pressão de 1 atm, o calor necessário para vaporizar 1 kg de água é dado por:

$$Q = mc\Delta\theta + m \cdot L_V = 2 \cdot 4{,}18 \cdot 10^3 \cdot (100 - 20) + $$
$$+ 1 \cdot 2\,230 \cdot 10^3 \Rightarrow Q = 2\,898\,800\ J$$

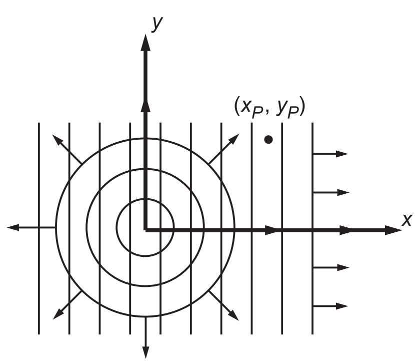
Pela simetria do circuito, a tensão sobre o resistor imerso na água é U = 50 V. Assim o tempo pedido é dado por:

$$\left| \begin{array}{l} Q = P \cdot \Delta t \\ P = \dfrac{U^2}{R} \end{array} \right. \Rightarrow Q = \frac{U^2}{R} \cdot \Delta t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\,898\,800 = \frac{50^2}{0{,}5} \cdot \Delta t \Rightarrow \boxed{\Delta t = 580\ s}$$

Questão 14

Em uma superfície líquida, na origem de um sistema de coordenadas encontra-se um emissor de ondas circulares transversais. Bem distante dessa origem, elas têm a forma aproximada dada por $h_1(x, y, t) = h_0$ sen $(2\pi(r/\lambda - ft))$, em que λ é o comprimento de onda, f é a frequência e r, a distância de um ponto da onda até a origem. Uma onda plana transversal com a forma $h_2(x, y, t) = h_0$ sen $(2\pi(x/\lambda - ft))$ superpõe-se à primeira, conforme a figura. Na situação descrita, podemos afirmar, sendo $\mathbb{Z}$ o conjunto dos números inteiros, que



a) nas posições $(y_P^2/(2n\lambda) - n\lambda/8,\ y_P)$ as duas ondas estão em fase se $n \in$ Z.

b) nas posições $(y_P^2/(2n\lambda) - n\lambda/2,\ y_P)$ as duas ondas estão em oposição de fase se $n \in$ Z e $n \neq 0$.

c) nas posições $(y_P^2/(2n\lambda) - (n + 1/2)\lambda/2,\ y_P)$ as duas ondas estão em oposição de fase se $n \in$ Z e $n \neq 0$.

d) nas posições $(y_P^2/((2n+1)\lambda)-(n+1/2)\lambda/2,\ y_P)$ as duas ondas estão em oposição de fase se $n \in \mathbb{Z}$.
e) na posição $(2y_P^2/\lambda - \lambda/8,\ y_P)$ a diferença de fase entre as ondas é de 45^o.

alternativa D

Chamando de φ_1 a fase inicial da onda circular e φ_2 a fase inicial da onda plana, das equações apresentadas, temos:

$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} r \text{ e } \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda} x$$

Logo, os pontos x_P em fase são:

$$\left|\begin{array}{l} |\Delta\varphi| = 2n\pi \\ |\Delta\varphi| = \varphi_1 - \varphi_2 \\ r = \sqrt{x_P^2 + y_P^2} \end{array}\right. \Rightarrow \frac{2\pi r}{\lambda} - \frac{2\pi x_P}{\lambda} = 2n\pi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (\sqrt{x_P^2 + y_P^2} - x_P) = 2n\pi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_P = \frac{y_P^2}{2n\lambda} - \frac{n\lambda}{2}.$$

Para a oposição de fase, vale:

$$\left|\begin{array}{l} |\Delta\varphi| = (2n+1) \cdot \pi \\ |\Delta\varphi| = \varphi_1 - \varphi_2 \\ r = \sqrt{x_P^2 + y_P^2} \end{array}\right. \Rightarrow \frac{2\pi r}{\lambda} - \frac{2\pi x_P}{\lambda} = (2n+1) \cdot \pi \Rightarrow$$

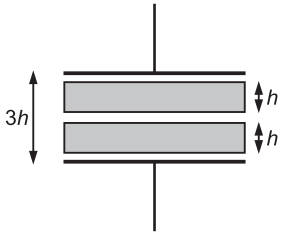
$$\Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (\sqrt{x_P^2 + y_P^2} - x_P) = (2n+1) \cdot \pi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_P = \frac{y_P^2}{(2n+1)\lambda} - \left(n + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\lambda}{2}$$

Portanto, na situação descrita, nas posições de coordenada $\left(\frac{y_P^2}{(2n+1) \cdot \lambda} - \left(n + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\lambda}{2};\ y_P\right)$, as duas ondas estão em oposição de fase se $n \in Z$.

Questão 15

Um capacitor de placas paralelas de área A e distância $3h$ possui duas placas metálicas idênticas, de espessura h e área A cada uma. Compare a capacitância C deste capacitor com a capacitância C_0 que ele teria sem as duas placas metálicas.



a) $C = C_0$
b) $C > 4C_0$
c) $0 < C < C_0$
d) $C_0 < C < 2C_0$
e) $2C_0 < C < 4C_0$

alternativa E

A capacidade eletrostática do capacitor sem as duas placas metálicas é dada por:

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 \cdot A}{3h} \quad (I)$$

Como o campo elétrico no interior das placas metálicas em equilíbrio eletrostático é nulo, o capacitor se comporta como se a distância entre as placas fosse apenas h (espaço vazio), ou seja, tem valor dado por:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \cdot A}{h} \quad (II)$$

Assim, de (I) e (II), vem:

$$\frac{C}{C_0} = \frac{\varepsilon_0 \cdot A/h}{\varepsilon_0 \cdot A/3h} \Rightarrow \boxed{C = 3C_0}$$

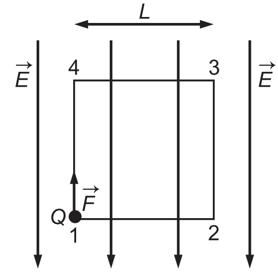
Questão 16

A figura mostra uma região espacial de campo elétrico uniforme de módulo $E = 20$ N/C. Uma carga $Q = 4$ C é deslocada com velocidade constante ao longo do perímetro do quadrado de lado $L = 1$ m, sob ação de uma força $\vec{F}$ igual e contrária à força coulombiana que atua na carga Q. Considere, então, as seguintes afirmações:

I. O trabalho da força $\vec{F}$ para deslocar a carga Q do ponto 1 para 2 é o mesmo do dispendido no seu deslocamento ao longo do caminho fechado 1-2-3-4-1.

II. O trabalho de $\vec{F}$ para deslocar a carga Q de 2 para 3 é maior que o para deslocá-la de 1 para 2.

III. É nula a soma do trabalho da força $\vec{F}$ para deslocar a carga Q de 2 para 3 com seu trabalho para deslocá-la de 4 para 1.



Então, pode-se afirmar que:
a) todas são corretas.
b) todas são incorretas.
c) apenas a II é correta.
d) apenas a I é incorreta.
e) apenas a II e III são corretas.

alternativa A

Os lados 1-2 e 3-4 do quadrado são superfícies equipotenciais ($V_1 = V_2$ e $V_3 = V_4$) do campo elétrico uniforme, havendo diferença de potencial apenas ao longo dos lados 4-1 ($V_4 > V_1$) e 3-2 ($V_3 > V_2$).

A partir disso, temos:

I. Correta. Sendo $\vec{F} = -\vec{F}_{el.}$, *o* $|{}_F\tau_1^2| = |{}_{F_{el.}}\tau_1^2| = Q \cdot U_{12} = 0$.

E, ainda, o ${}_F\tau_{ciclo} = -{}_{F_{el.}}\tau_{ciclo} =$

$= -\cancelto{0}{{}_{F_{el.}}\tau_1^2} - {}_{F_{el.}}\tau_2^3 - \cancelto{0}{{}_{F_{el.}}\tau_3^4} - {}_{F_{el.}}\tau_4^1$, *mas*

${}_{F_{el.}}\tau_4^1 = -{}_{F_{el.}}\tau_2^3$, *logo,* ${}_F\tau_{ciclo} = {}_{F_{el.}}\tau_{ciclo} = 0$.

II. Correta. O ${}_F\tau_2^3 = -{}_{F_{el.}}\tau_2^3 = Q \cdot (V_3 - V_2) > 0$, *enquanto que* ${}_F\tau_1^2 = 0$.

III. Correta. ${}_F\tau_2^3 + {}_F\tau_4^1 = -{}_{F_{el.}}\tau_2^3 + (-{}_{F_{el.}}\tau_4^1) = Q \cdot (V_3 - V_2) - Q \cdot (V_4 - V_1) = 0$, *pois* $V_3 - V_2 = V_4 - V_1$.

Questão 17

Uma fonte luminosa uniforme no vértice de um cone reto tem iluminamento energético (fluxo energético por unidade de área) H_A na área A da base desse cone. O iluminamento incidente numa seção desse cone que forma ângulo de 30^o com a sua base, e de projeção vertical S sobre esta, é igual a

a) AH_A/S.

b) SH_A/A.

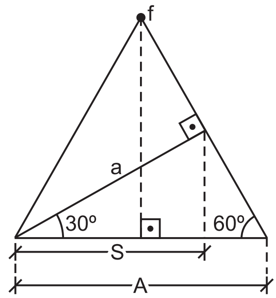
c) $AH_A/2S$.

d) $\sqrt{3}AH_A/2S$.

e) $2AH_A/\sqrt{3}S$.

alternativa D

A figura mostra em vista lateral o cone reto delimitado pelos raios de luz da fonte f.



Da figura, $a = \dfrac{S}{\cos 30^o}$.

Em qualquer seção do cone, o fluxo energético deve ser o mesmo, igual ao fluxo total emitido pela fonte f. *Assim, o iluminamento H na seção a é dado por:*

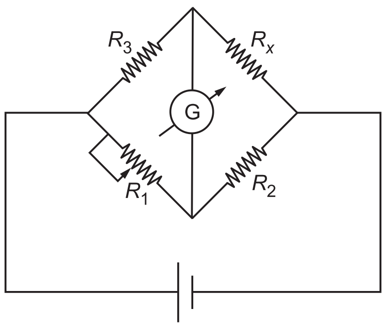
$$\left| \begin{array}{l} H = \dfrac{\phi}{a} \Rightarrow \phi = a \cdot H \\ H_A = \dfrac{\phi_A}{A} \Rightarrow \phi_A = A \cdot H_A \Rightarrow a \cdot H = A \cdot H_A \Rightarrow \\ \phi = \phi_A \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \dfrac{S}{\cos 30^o} \cdot H = A \cdot H_A \Rightarrow H = \dfrac{A \cdot H_A \cos 30^o}{S} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{H = \dfrac{\sqrt{3}AH_A}{2S}}$$

Questão 18

Alguns tipos de sensores piezorresistivos podem ser usados na confecção de sensores de pressão baseados em pontes de Wheatstone. Suponha que o resistor R_x do circuito da figura seja um piezorresistor com variação de resistência dada por $R_x = kp + 10\,\Omega$, em que $k = 2{,}0 \times 10^{-4}\ \Omega/\text{Pa}$ e p, a pressão. Usando este piezorresistor na construção de um sensor para medir pressões na faixa de 0,10 atm a 1,0 atm, assinale a faixa de valores do resistor R_1 para que a ponte de Wheatstone seja balanceada. São dados: $R_2 = 20\,\Omega$ e $R_3 = 15\,\Omega$.



a) De $R_{1\min} = 25\ \Omega$ a $R_{1\max} = 30\ \Omega$
b) De $R_{1\min} = 20\ \Omega$ a $R_{1\max} = 30\ \Omega$
c) De $R_{1\min} = 10\ \Omega$ a $R_{1\max} = 25\ \Omega$
d) De $R_{1\min} = 9{,}0\ \Omega$ a $R_{1\max} = 23\ \Omega$
e) De $R_{1\min} = 7{,}7\ \Omega$ a $R_{1\max} = 9{,}0\ \Omega$

alternativa C

Para que a ponte de Wheatstone seja balanceada, a seguinte relação deve ser satisfeita:

$$R_1 \cdot R_x = R_2 \cdot R_3 \Rightarrow R_1 \cdot (k \cdot p + 10) = 20 \cdot 15 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_1 = \frac{300}{k \cdot p + 10}$$

Assim, para a pressão de 1,0 atm = 10^5 Pa, temos $R_{1_{mín.}}$ dado por:

$$R_{1_{mín.}} = \frac{300}{(2 \cdot 10^{-4} \cdot 10^5) + 10} \Rightarrow \boxed{R_{1_{mín.}} = 10\ \Omega}$$

e para a pressão de 0,1 atm = 10^4 Pa, temos $R_{1_{máx.}}$ é dado por:

$$R_{1_{máx.}} = \frac{300}{(2 \cdot 10^{-4} \cdot 10^4) + 10} \Rightarrow \boxed{R_{1_{máx.}} = 25\ \Omega}$$

Questão 19

Assinale em qual das situações descritas nas opções abaixo as linhas de campo magnético formam circunferências no espaço.
a) Na região externa de um toroide.
b) Na região interna de um solenoide.
c) Próximo a um ímã com formato esférico.
d) Ao redor de um fio retilíneo percorrido por corrente elétrica.
e) Na região interna de uma espira circular percorrida por corrente elétrica.

alternativa D

Um fio retilíneo percorrido por corrente elétrica gera campo magnético. Se tomarmos distâncias ao fio muito menores que o comprimento deste, as linhas de campo formarão circunferências centradas no fio.

Questão 20

Considere as seguintes afirmações:
I. As energias do átomo de Hidrogênio do modelo de Bohr satisfazem a relação, $E_n = -13{,}6/n^2$ eV, com $n = 1, 2, 3, \cdots$; portanto, o elétron no estado fundamental do átomo de Hidrogênio pode absorver energia menor que 13,6 eV.
II. Não existe um limiar de frequência de radiação no efeito fotoelétrico.
III. O modelo de Bohr, que resulta em energias quantizadas, viola o princípio de incerteza de Heisenberg.
Então, pode-se afirmar que
a) apenas a II é incorreta.
b) apenas a I e II são corretas.
c) apenas a I e III são incorretas.
d) apenas a I é incorreta.
e) todas são incorretas.

alternativa A

I. Correta. O elétron poderá absorver qualquer fóton com energia igual à diferença de energia, entre duas órbitas permitidas do átomo. A máxima diferença será de 13,6 eV.
II. Incorreta. Só ocorrerá efeito fotoelétrico se o fóton absorvido tiver energia maior ou igual à função trabalho do material, ou seja:

$$E_{fóton} = h \cdot f_{limiar} \ge \phi \Rightarrow \boxed{f_{limiar} \ge \frac{\phi}{h}}$$

III. Correta. No átomo de Bohr as grandezas físicas estão perfeitamente determinadas (velocidade, energia, quantidade de movimento, raio da órbita e período do movimento), não havendo, portanto, lugar para as incertezas nessas grandezas.

As questões dissertativas, numeradas de 21 a 30, devem ser desenvolvidas, justificadas e respondidas no caderno de soluções

Questão 21

100 cápsulas com água, cada uma de massa m = 1,0 g, são disparadas à velocidade de 10,0 m/s perpendicularmente a uma placa vertical com a qual colidem inelasticamente. Sendo as cápsulas enfileiradas com espaçamento de 1,0 cm, determine a força média exercida pelas mesmas sobre a placa.

Resposta

O intervalo de tempo Δt entre cada colisão vale:

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow 10 = \frac{10^{-2}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 10^{-3}\,s$$

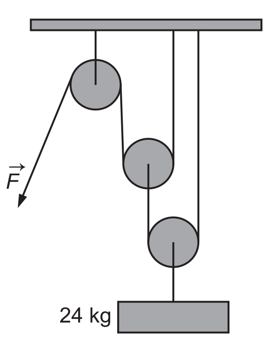
Do teorema do impulso, o módulo da força média F entre duas colisões sucessivas é dado por:

$$\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{Q} \Rightarrow F \cdot \Delta t = mv \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F \cdot 10^{-3} = 10^{-3} \cdot 10 \Rightarrow \boxed{F = 10\ N}$$

Questão 22

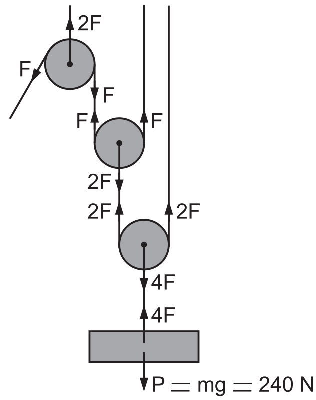
O arranjo de polias da figura é preso ao teto para erguer uma massa de 24 kg, sendo os fios inextensíveis, e desprezíveis as massas das polias e dos fios. Desprezando os atritos, determine:



1. O valor do módulo da força $\vec{F}$ necessário para equilibrar o sistema.
2. O valor do módulo da força $\vec{F}$ necessário para erguer a massa com velocidade constante.
3. A força ($\vec{F}$ ou peso?) que realiza maior trabalho, em módulo, durante o tempo T em que a massa está sendo erguida com velocidade constante.

Resposta

As forças que atuam sobre a massa e as polias são dadas por:



1. Para equilibrar o sistema, temos:

$$R = 0 \Rightarrow 4F = 240 \Rightarrow \boxed{F = 60\ N}$$

2. Para erguer a massa com velocidade constante (equilíbrio dinâmico), devemos também ter R = 0.

Assim, $\boxed{F = 60\ N}$.

3. Aplicando o teorema da energia cinética para o sistema formado pela massa e pelas polias, temos:

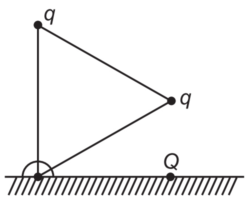
$$\tau_{\vec{R}} = \Delta E_C \Rightarrow \tau_{\vec{F}} + \tau_{\vec{P}} = 0 \Rightarrow |\tau_{\vec{F}}| = |\tau_{\vec{P}}|$$

Como cada comprimento de corda puxado na extremidade da polia faz com que a massa suba um quarto desse comprimento e como as forças envolvidas obedecem à razão inversa 4F = P, temos que $|\tau_{\vec{F}}| = |\tau_{\vec{P}}|$.

Dessa forma, concluímos que os trabalhos realizados são iguais.

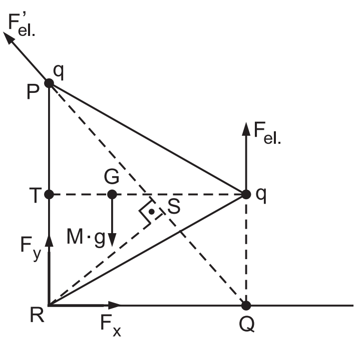
Questão 23

A figura mostra uma chapa fina de massa M com o formato de um triângulo equilátero, tendo um lado na posição vertical, de comprimento a, e um vértice articulado numa barra horizontal contida no plano da figura. Em cada um dos outros vértices encontra-se fixada uma carga elétrica q e, na barra horizontal, a uma distância $a\sqrt{3}/2$ do ponto de articulação, encontra-se fixada uma carga Q. Sendo as três cargas de mesmo sinal e massa desprezível, determine a magnitude da carga Q para que o sistema permaneça em equilíbrio.



Resposta

Considerando apenas as forças externas que atuam sobre a placa, podemos montar o seguinte esquema:



No ΔPQR, temos:

$$PQ^2 = PR^2 + RQ^2 \Rightarrow PQ^2 = a^2 + \left(\frac{\sqrt{3}\,a}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow PQ = \frac{\sqrt{7}\,a}{2}$$

Como $PQ \cdot RS = RQ \cdot PR$, vem:

$$\frac{\sqrt{7}\cdot\cancel{a}}{\cancel{2}} \cdot RS = \frac{\sqrt{3}\,a \cdot \cancel{a}}{\cancel{2}} \Rightarrow RS = \sqrt{\frac{3}{7}} \cdot a$$

Sendo G o baricentro da chapa, temos $GT = \dfrac{\sqrt{3}\,a}{6}$.

Assim, considerando os momentos em relação à articulação (R), do equilíbrio, vem:

$$M_R(R) = 0 \Rightarrow F_{el.} \cdot RQ + F'_{el.} \cdot RS - M \cdot g \cdot GT = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{k \cdot Q \cdot q}{(TR)^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a + \frac{k \cdot Q \cdot q}{(PQ)^2} \cdot \sqrt{\frac{3}{7}} \cdot a -$$

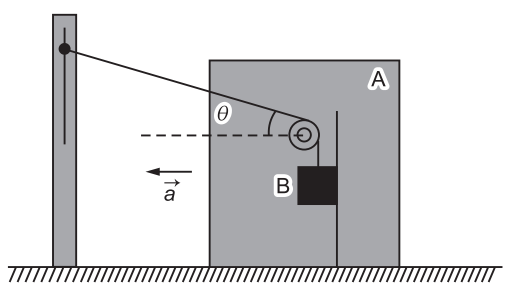
$$- M \cdot g \cdot \frac{\sqrt{3}}{6} a = 0 \Rightarrow \frac{k \cdot Q \cdot q}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a +$$

$$+ \frac{k \cdot Q \cdot q}{\left(\frac{\sqrt{7}}{2} \cdot a\right)^2} \cdot \sqrt{\frac{3}{7}} \cdot a - M \cdot g \cdot \frac{\sqrt{3}}{6} a = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{Q = \frac{7\sqrt{7}}{12(7\sqrt{7} + 2)} \cdot \frac{M \cdot g \cdot a^2}{k \cdot q}}$$

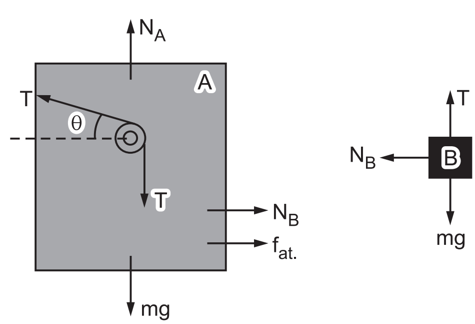
Questão 24

A figura mostra um sistema formado por dois blocos, A e B, cada um com massa m. O bloco A pode deslocar-se sobre a superfície plana e horizontal onde se encontra. O bloco B está conectado a um fio inextensível fixado à parede, e que passa por uma polia ideal com eixo preso ao bloco A. Um suporte vertical sem atrito mantém o bloco B descendo sempre paralelo a ele, conforme mostra a figura. Sendo μ o coeficiente de atrito cinético entre o bloco A e a superfície, g a aceleração da gravidade, e $\theta = 30^0$ mantido constante, determine a tração no fio após o sistema ser abandonado do repouso.



Resposta

Marcando as forças, temos:



Do Princípio Fundamental da Dinâmica, na horizontal, vem:

$$\left|\begin{array}{l} R_A = m_A \cdot a \\ R_B = m_B \cdot a \end{array}\right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left|\begin{array}{l} T \cdot \cos 30^o - f_{at.} - N_B = m \cdot a \\ N_B = m \cdot a \end{array}\right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T \cdot \cos 30^o - \mu(T + mg - T \cdot \operatorname{sen} 30^o) - m \cdot a =$$

$$= m \cdot a \Rightarrow T = \frac{2m(2a + \mu g)}{\sqrt{3} - \mu} \quad (I)$$

Do vínculo geométrico entre as acelerações e do movimento de B na vertical, temos:

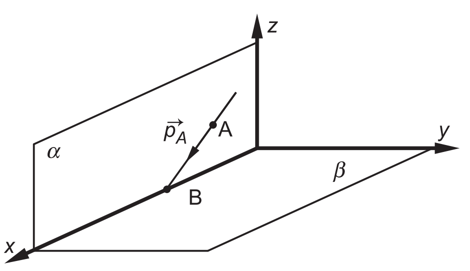
$$\left|\begin{array}{l} mg - T = m \cdot a_y \\ a = a_y \cos 30^o \end{array}\right. \Rightarrow a = \frac{(mg - T)\cos 30^o}{m} \quad (II)$$

Substituindo (II) em (I), temos:

$$\boxed{T = \frac{2\,mg(\mu + \sqrt{3}\,)}{3\sqrt{3} - \mu}}$$

Questão 25

Átomos neutros ultrafrios restritos a um plano são uma realidade experimental atual em armadilhas magneto-ópticas. Imagine que possa existir uma situação na qual átomos do tipo A e B estão restritos respectivamente aos planos α e β, perpendiculares entre si, sendo suas massas tais que $m_A = 2m_B$. Os átomos A e B colidem elasticamente entre si não saindo dos respectivos planos, sendo as quantidades de movimento iniciais $\vec{p}_A$ e $\vec{p}_B$, e as finais, $\vec{q}_A$ e $\vec{q}_B$. $\vec{p}_A$ forma um ângulo θ com o plano horizontal e $\vec{p}_B = 0$. Sabendo que houve transferência de momento entre A e B, qual é a razão das energias cinéticas de B e A após a colisão?



Resposta

Lembrando que $\vec{Q} = m \cdot \vec{v}$, a razão (R) entre as energias cinéticas de B e A após a colisão é dada por:

$$R = \frac{\dfrac{m_B \cdot v_{B'}^2}{\cancel{2}}}{\dfrac{m_A \cdot v_{A'}^2}{\cancel{2}}} = \frac{\cancel{m_B} \cdot v_{B'}^2}{2\cancel{m_B} \cdot v_{A'}^2} \Rightarrow$$

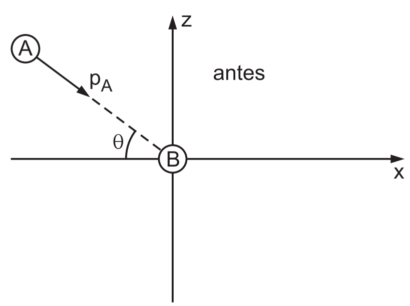
$$\Rightarrow R = \frac{\left(\dfrac{q_B}{m_B}\right)^2}{2 \cdot \left(\dfrac{q_A}{m_A}\right)^2} \Rightarrow R = \frac{q_B^2}{m_B^2} \cdot \frac{(2m_B)^2}{2q_A^2} \Rightarrow$$

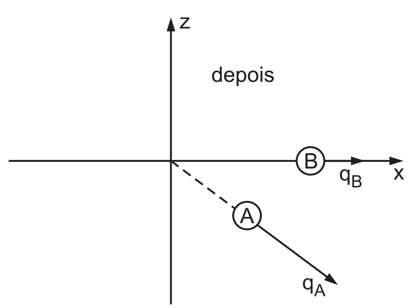
$$\Rightarrow \boxed{R = \frac{2q_B^2}{q_A^2}}$$

Se quisermos escrever a relação anterior como função exclusiva do ângulo θ, devemos utilizar o princípio da conservação da quantidade de movimento.

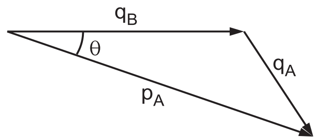
Como a quantidade inicial de movimento $\vec{p}_A$ tem componentes apenas nos eixos x e z, o átomo B não poderá adquirir movimento no eixo y, ou seja, $\vec{q}_B$ terá apenas componentes no eixo x.

Dessa forma, podemos construir as figuras a seguir:





Do princípio da conservação da quantidade de movimento, temos $\vec{Q}_{antes} = \vec{Q}_{depois}$, ou seja:



Da lei dos cossenos, temos:

$$q_A^2 = q_B^2 + p_A^2 - 2q_B \cdot p_A \cdot \cos\theta \quad (I)$$

Como o choque é elástico, temos conservação da energia cinética, ou seja:

$$E_c^{antes} = E_c^{depois} \Rightarrow \frac{m_A \cdot v_A{}^2}{2} = \frac{m_A v'^2_A}{2} + \frac{m_B v'^2_B}{2} \Rightarrow \frac{p_A^2}{2m_A} = \frac{q_A^2}{2m_A} + \frac{q_B^2}{2m_B} \Rightarrow \frac{p_A^2}{2} = \frac{q_A^2}{2} + q_B^2 \Rightarrow p_A^2 = q_A^2 + 2q_B^2 \quad (II)$$

Substituindo II em I, obtemos:

$$\cancel{q_A^2} = q_B^2 + \cancel{q_A^2} + 2q_B^2 - 2q_B \cdot p_A \cdot \cos\theta \Rightarrow 3q_B^2 = 2q_B \cdot p_A \cdot \cos\theta \Rightarrow q_B = \frac{2p_A \cos\theta}{3} \quad (III)$$

Substituindo q_B em II, temos:

$$p_A^2 = q_A^2 + 2 \cdot \left(\frac{2p_A \cos\theta}{3}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_A^2 - \frac{8p_A^2 \cos^2\theta}{9} = q_A^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q_A^2 = \frac{p_A{}^2 (9 - 8\cos^2\theta)}{9} \quad (IV)$$

Assim, a relação entre as energias de B e A após a colisão vale:

$$\frac{E_{CB}}{E_{CA}} = \frac{\frac{m_B v'^2_B}{2}}{\frac{m_A v'^2_A}{2}} = \frac{\frac{q_B{}^2}{m_B}}{\frac{q_A{}^2}{m_A}} = \frac{m_A}{m_B} \cdot \frac{q_B{}^2}{q_A{}^2} \quad (V)$$

Sendo $m_A = 2m_B$, das equações III, IV e V, obtemos:

$$\frac{E_{CB}}{E_{CA}} = 2\,\frac{\frac{4p_A{}^2 \cos^2\theta}{9}}{\frac{p_A{}^2(9 - 8\cos^2\theta)}{9}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{E_{CB}}{E_{CA}} = \frac{8\cos^2\theta}{9 - 8\cos^2\theta} = \frac{8}{\frac{9}{\cos^2\theta} - 8} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{E_{CB}}{E_{CA}} = \frac{8}{9\sec^2\theta - 8} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{E_{CB}}{E_{CA}} = \frac{8}{9\,\mathrm{tg}^2\theta + 1}}$$

Questão 26

Dois capacitores em série, de capacitância C_1 e C_2, respectivamente, estão sujeitos a uma diferença de potencial V. O capacitor de capacitância C_1 tem carga Q_1 e está relacionado com C_2 através de $C_2 = xC_1$, sendo x um coeficiente de proporcionalidade. Os capacitores carregados são então desligados da fonte e entre si, sendo a seguir religados com os respectivos terminais de carga de mesmo sinal. Determine o valor de x para que a carga Q_2 final do capacitor de capacitância C_2 seja $Q_1/4$.

Resposta

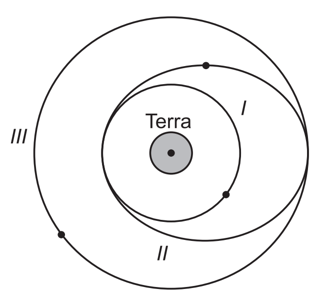
Na situação inicial, os capacitores em série possuem a mesma carga Q_1. Na segunda situação, a carga total $2Q_1$ do sistema se conserva. Assim, sendo $Q_2 = \frac{Q_1}{4}$, a carga no outro capacitor será $Q'_1 = \frac{7Q_1}{4}$.

Como a tensão nos dois capacitores é a mesma, vem:

$$\left| \begin{array}{l} U_1 = U_2 \\ U = \dfrac{Q}{C} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{\frac{7Q_1}{4}}{C_1} = \frac{\frac{Q_1}{4}}{x \cdot C_1} \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{7}}$$

Questão 27

O momento angular é uma grandeza importante na Física. O seu módulo é definido como $L = rp \operatorname{sen}\theta$, em que r é o módulo do vetor posição com relação à origem de um dado sistema de referência, p o módulo do vetor quantidade de movimento e θ o ângulo por eles formado. Em particular, no caso de um satélite girando ao redor da Terra, em órbita elíptica ou circular, seu momento angular (medido em relação ao centro da Terra) é conservado. Considere, então, três satélites de mesma massa com órbitas diferentes entre si, I, II e III, sendo I e III circulares e II elíptica e tangencial a I e III,



como mostra a figura. Sendo L_I, L_{II} e L_{III} os respectivos módulos do momento angular dos satélites em suas órbitas, ordene, de forma crescente, L_I, L_{II} e L_{III}. Justifique com equações a sua resposta.

Resposta

Adotando $r \cdot \operatorname{sen}\theta$ como raio (R) médio, da definição de momento angular e da definição de momento linear, temos:

$$\left| \begin{array}{l} L = p \cdot R \\ p = m \cdot \omega \cdot R \end{array} \right. \Rightarrow L = m \cdot \omega \cdot R^2 \quad (I)$$

Da Terceira Lei de Kepler e da definição de velocidade angular, temos:

$$\left| \begin{array}{l} T^2 = k \cdot R^3 \\ \omega = \dfrac{2\pi}{T} \end{array} \right. \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{\sqrt{k \cdot R^3}} \quad (II)$$

Substituindo II em I, temos:

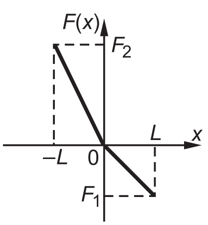
$$L = m \cdot \frac{2\pi}{\sqrt{k \cdot R^3}} \cdot R^2 \Rightarrow L = \frac{2\pi m}{\sqrt{k}} \cdot R^{\frac{1}{2}}$$

Como $R_{III} > R_{II} > R_I$, ordenando de forma crescente os módulos dos momentos angulares dos satélites, temos:

$$L_I < L_{II} < L_{III}$$

Questão 28

Uma partícula de massa m está sujeita exclusivamente à ação da força $\vec{F} = F(x)\vec{e}_x$, que varia de acordo com o gráfico da figura, sendo $\vec{e}_x$ o versor no sentido positivo de x. Se em $t = 0$, a partícula se encontra em $x = 0$ com velocidade v no sentido positivo de x, pedem-se:



1. O período do movimento da partícula em função de F_1, F_2, L e m.
2. A máxima distância da partícula à origem em função de F_1, F_2, L, m e v.
3. Explicar se o movimento descrito pela partícula é do tipo harmônico simples.

Resposta

1) O módulo da força é dado por $F(x) = -kx$, em que $k = \dfrac{F_1}{L}$, para $x > 0$, e $k = \dfrac{F_2}{L}$, para $x < 0$.

Sabendo que o período é $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$, temos que os meios períodos para x maior e menor que zero são:

$$T(F_1) = \pi\sqrt{\frac{m \cdot L}{F_1}} \text{ e } T(F_2) = \pi\sqrt{\frac{m \cdot L}{F_2}}$$

Como o período de movimento (T_T) é a soma dos meios períodos devidos a F_1 e F_2, temos:

$$T_T = T(F_1) + T(F_2)$$

$$\boxed{T_T = \pi\sqrt{m \cdot L}\left(\frac{1}{\sqrt{F_1}} + \frac{1}{\sqrt{F_2}}\right)}$$

2) Pelo Princípio da Conservação da Energia Mecânica, temos:

$$E_M^{L_{máx.}} = E_M^{V_{máx.}}$$

$$\frac{k \cdot x^2}{\cancel{2}} = \frac{m \cdot v^2}{\cancel{2}}$$

$x = v \cdot \sqrt{\dfrac{m}{k}}$, como $F = k \cdot L$, multiplicamos m e k por L.

$$x = v \cdot \sqrt{\frac{m \cdot L}{F}}$$

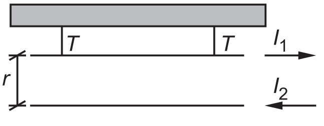
Como $|\vec{F_2}| > |\vec{F_1}|$ temos $|x_{2,máx.}| < |x_{1,máx.}|$. Assim, a máxima distância da partícula à origem será:

$$\boxed{x_{1,máx.} = v\sqrt{\frac{mL}{F_1}}}$$

3) Não é MHS, pois a constante da mola não é única. A constante é diferente para $x < 0$ e para $x > 0$.

Questão 29

Considere dois fios paralelos, muito longos e finos, dispostos horizontalmente conforme mostra a figura. O fio de cima pesa 0,080 N/m, é percorrido por uma corrente $I_1 = 20$ A e se encontra dependurado por dois cabos. O fio de baixo encontra-se preso e é percorrido por uma corrente $I_2 = 40$ A, em sentido oposto. Para qual distância r indicada na figura, a tensão T nos cabos será nula?



Resposta

Para que a tensão nos cabos seja nula, temos:

$$F_m = P \Rightarrow \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \ell}{2 \cdot \pi \cdot r} = P \Rightarrow$$

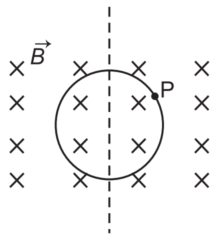
$$\Rightarrow \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot r} = \frac{P}{\ell} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 20 \cdot 40}{2 \cdot \pi \cdot r} = 0{,}080 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{r = 2{,}0 \cdot 10^{-3}\,m}$$

Questão 30

Considere uma espira com N voltas de área A, imersa num campo magnético $\vec{B}$ uniforme e constante, cujo sentido aponta para dentro da página. A espira está situada inicialmente no plano perpendicular ao campo e possui uma resistência R. Se a espira gira 180° em torno do eixo mostrado na figura, calcule a carga que passa pelo ponto P.



Resposta

Considerando um giro de 90°, pela Lei de Faraday, temos:

$$\varepsilon = \frac{|\Delta\phi|}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon = \frac{|0 - N \cdot B \cdot A|}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varepsilon = \frac{N \cdot B \cdot A}{\Delta t} \quad (I)$$

Pela definição de corrente elétrica e de resistência elétrica, a quantidade de carga que passará pelo ponto P num giro de 90° será:

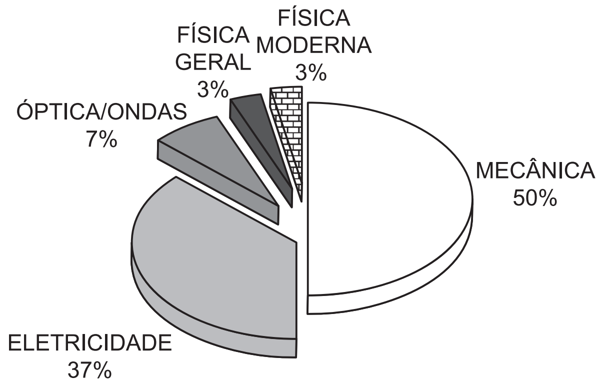
$$\left| \begin{array}{l} Q = i \cdot \Delta t \\ i = \dfrac{\varepsilon}{R} \end{array} \right. \Rightarrow Q = \frac{\varepsilon}{R} \cdot \Delta t \quad (II)$$

Substituindo I em II, vem:

$$Q = \frac{N \cdot B \cdot A}{\cancel{\Delta t} \cdot R} \cdot \cancel{\Delta t} \Rightarrow Q = \frac{N \cdot B \cdot A}{R}$$

Por simetria, num giro de 180° a carga que passará no ponto P será o dobro. Logo:

$$Q_T = 2 \cdot Q \Rightarrow \boxed{Q_T = 2 \cdot \frac{N \cdot B \cdot A}{R}}$$



Física – Exame exigente

Mantendo a tradição, a prova de Física exigiu um bom conhecimento conceitual e habilidade algébrica. Ocorreu uma grande concentração de questões envolvendo Mecânica e Eletricidade. Em algumas questões, os enunciados permitiram mais de uma possibilidade de interpretação.