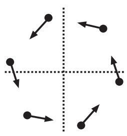
Física

Caso necessário, use os seguintes dados:
Aceleração da gravidade = 10 m/s^2
Velocidade de som no ar = 340 m/s
Densidade da água = 1,0 g/cm^3
Comprimento de onda médio da luz = = 570 nm

Questão 1

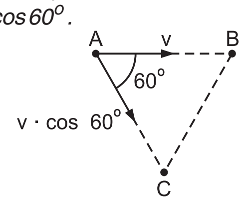
Um problema clássico da cinemática considera objetos que, a partir de certo instante, se movem conjuntamente com velocidade de módulo constante a partir dos vértices de um polígono regular, cada qual apontando à posição instantânea do objeto vizinho em movimento. A figura mostra a configuração desse movimento múltiplo no caso de um hexágono regular. Considere que o hexágono tinha 10,0 m de lado no instante inicial e que os objetos se movimentam com velocidade de módulo constante de 2,00 m/s. Após quanto tempo estes se encontrarão e qual deverá ser a distância percorrida por cada um dos seis objetos?



a) 5,8 s e 11,5 m
b) 11,5 s e 5,8 m
c) 10,0 s e 20,0 m
d) 20,0 s e 10,0 m
e) 20,0 s e 40,0 m

alternativa C

Como os objetos encontram-se no centro (C) do hexágono, a componente da velocidade nessa direção é $v \cdot \cos 60^o$.



Assim, temos:

$$v \cdot \cos 60^o = \frac{AC}{\Delta t} \Rightarrow 2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{10}{\Delta t} \Rightarrow$$

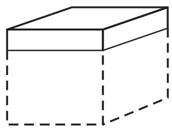
$$\Rightarrow \boxed{\Delta t = 10{,}0\ s}$$

A distância (d) percorrida por um objeto até o encontro em C é dada por:

$$d = v \cdot \Delta t = 2 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{d = 20{,}0\ m}$$

Questão 2

Um cubo maciço homogêneo com 4,0 cm de aresta flutua na água tranquila de uma lagoa, de modo a manter 70% da área total da sua superfície em contato com a água, conforme mostra a figura. A seguir, uma pequena rã se acomoda no centro da face superior do cubo e este se afunda mais 0,50 cm na água. Assinale a opção com os valores aproximados da densidade do cubo e da massa da rã, respectivamente.



a) 0,20 g/cm^3 e 6,4 g
b) 0,70 g/cm^3 e 6,4 g
c) 0,70 g/cm^3 e 8,0 g
d) 0,80 g/cm^3 e 6,4 g
e) 0,80 g/cm^3 e 8,0 g.

alternativa E

Como a aresta do cubo mede 4 cm, a área de cada face tem 16 cm^2, e a área total é de $6 \cdot 16 = 96$ cm^2. Assim, a área imersa é de $0{,}7 \cdot 96 = 67{,}2$ cm^2.

Subtraindo a área da face que está completamente imersa e dividindo o resultado pelas quatro faces verticais, temos $\frac{(67{,}2 - 16)}{4} = 12{,}8$ cm^2, que corresponde à área imersa de cada uma das faces verticais. Logo, a altura imersa é dada por $\frac{12{,}8}{4} = 3{,}2$ cm, o equivalente a 80% da aresta. Finalmente, concluímos que 80% do volume do cubo está imerso, e, como ele flutua em água, sua densidade é de 0,80 g/cm^3.

O volume do líquido deslocado pela rã é de $0{,}5 \cdot 16 = 8$ cm^3, logo a massa (m) da rã é dada por:

$$P = E \Rightarrow m \cdot \cancel{g} = d_L \cdot V_{LD} \cdot \cancel{g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = 1 \cdot 8 \Rightarrow \boxed{m = 8{,}0\ g}$$

Questão 3

Uma pessoa de 80,0 kg deixa-se cair verticalmente de uma ponte amarrada a uma corda elástica de "bungee jumping" com 16,0 m de comprimento. Considere que a corda se esticará até 20,0 m de comprimento sob a ação do peso. Suponha que, em todo o trajeto, a pessoa toque continuamente uma vuvuzela, cuja frequência natural é de 235 Hz. Qual(is) é(são) a(s) distância(s) abaixo da ponte em que a pessoa se encontra para que um som de 225 Hz seja percebido por alguém parado sobre a ponte?

a) 11,4 m
b) 11,4 m e 14,4 m
c) 11,4 m e 18,4 m
d) 14,4 m e 18,4 m
e) 11,4 m, 14,4 m e 18,4 m

alternativa C

Do efeito Doppler, vem:

$$\frac{f_o}{f_f} = \frac{v - v_o}{v - v_f} \Rightarrow \frac{225}{235} = \frac{340 - 0}{340 - v} \Rightarrow v = -15{,}1 \text{ m/s}$$

Admitindo que a velocidade da pessoa é nula quando a mola esticar até 20,0 m, temos:

$$E_m^i = E_m^f \Rightarrow mgh_0 = \frac{kx^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 80 \cdot 10 \cdot 20 = \frac{k \cdot 4^2}{2} \Rightarrow k = 2\,000 \text{ N/m}$$

Na condição em que a corda não está esticada, temos:

$$E_m^i = E_m^f \Rightarrow \cancel{m}gh = \frac{\cancel{m}v^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10 \cdot h = \frac{(-15{,}1)^2}{2} \Rightarrow \boxed{h = 11{,}4 \text{ m}}$$

Para a condição em que a corda se encontra tracionada, temos:

$$E_m^i = E_m^f \Rightarrow mgh' = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 80 \cdot 10 \cdot (16 + x) = \frac{80 \cdot (-15{,}1)^2}{2} + \frac{2\,000\,x^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1\,000\,x^2 - 800\,x - 3\,679{,}6 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left| \begin{array}{l} x_1 = 2{,}4 \text{ m} \\ x_2 = -1{,}6 \text{ m (não convém)} \end{array} \right.$$

Assim, a distância (h') pedida é dada por:

$$h' = 16 + x_1 = 16 + 2{,}4 \Rightarrow \boxed{h' = 18{,}4 \text{ m}}$$

Questão 4

Na ficção científica *A Estrela,* de H.G. Wells, um grande asteroide passa próximo à Terra que, em consequência, fica com sua nova órbita mais próxima do Sol e tem seu ciclo lunar alterado para 80 dias. Pode-se concluir que, após o fenômeno, o ano terrestre e a distância Terra-Lua vão tornar-se, respectivamente,

a) mais curto – aproximadamente a metade do que era antes.
b) mais curto – aproximadamente duas vezes o que era antes.
c) mais curto – aproximadamente quatro vezes o que era antes.
d) mais longo – aproximadamente a metade do que era antes.
e) mais longo – aproximadamente um quarto do que era antes.

alternativa B

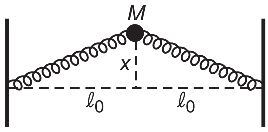
Com a passagem do asteroide, o raio da órbita da Terra será reduzido. Pela 3ª Lei de Kepler, o seu período de translação também será mais curto. Considerando o ciclo lunar inicial igual a $T_0 = 27$ dias, da 3ª lei de Kepler, temos:

$$\frac{T_0^2}{R_0^3} = \frac{T^2}{R^3} \Rightarrow \frac{27^2}{R_0^3} = \frac{80^2}{R^3} \Rightarrow R \cong 2R_0$$

Logo, a distância Terra-Lua será, aproximadamente, duas vezes o que era antes.

Questão 5

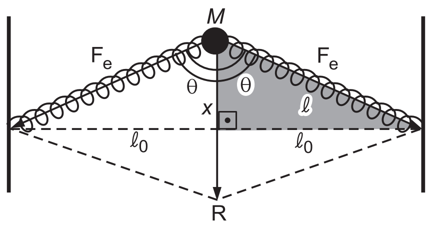
Sobre uma mesa sem atrito, uma bola de massa M é presa por duas molas alinhadas, de constante de mola k e comprimento natural ℓ_0, fixadas nas extremidades da mesa. Então, a bola é deslocada a uma distância x na direção perpendicular à linha inicial das molas, como mostra a figura, sendo solta a seguir. Obtenha a aceleração da bola, usando a aproximação $(1 + a)^{\alpha} = 1 + \alpha a$.



a) $a = -kx/M$
b) $a = -kx^2/2M\ell_0$
c) $a = -kx^2/M\ell_0$
d) $a = -kx^3/2M\ell_0^2$
e) $a = -kx^3/M\ell_0^2$

alternativa E

Marcando as forças que atuam sobre a bola no plano da mesa, temos o seguinte esquema:



Do losango formado pelo método do paralelogramo, vem que:

$$\left|\begin{array}{l} R = 2 \cdot F_e \cdot \cos\theta \\ F_e = -k \cdot (\ell - \ell_0) \Rightarrow R = -2 \cdot k \cdot (\ell - \ell_0) \cdot \dfrac{x}{\ell} \Rightarrow \\ \cos\theta = \dfrac{x}{\ell} \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow R = -2 \cdot k \cdot \left(x - \frac{\ell_0 \cdot x}{\ell}\right) =$$

$$= -2 \cdot k \cdot x \cdot \left(1 - \frac{\ell_0}{\ell}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = -2 \cdot k \cdot x \cdot \left(1 - \frac{\ell_0}{\sqrt{\ell_0^2 + x^2}}\right)$$

Para que a aproximação do enunciado seja utilizada, devemos fazer o seguinte ajuste matemático:

$$\frac{\ell_0}{\sqrt{\ell_0^2 + x^2}} = \frac{\dfrac{\ell_0}{\ell_0}}{\dfrac{\sqrt{\ell_0^2 + x^2}}{\ell_0}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \dfrac{x^2}{\ell_0^2}}} =$$

$$= \left(1 + \frac{x^2}{\ell_0^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = 1 + \left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{\ell_0^2}\right)$$

Assim, do Princípio Fundamental da Dinâmica, temos:

$$M \cdot a = -2 \cdot k \cdot x \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{\ell_0^2}\right)\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M \cdot a = -\cancel{2} \cdot k \cdot x \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{x^2}{\ell_0^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{a = \frac{-k \cdot x^3}{M \cdot \ell_0^2}}$$

Questão 6

Um corpo de massa M, inicialmente em repouso, é erguido por uma corda de massa desprezível até uma altura H, onde fica novamente em repouso. Considere que a maior tração que a corda pode suportar tenha módulo igual a nMg, em que $n > 1$. Qual deve ser o menor tempo possível para ser feito o erguimento desse corpo?

a) $\sqrt{\dfrac{2H}{(n-1)g}}$
b) $\sqrt{\dfrac{2nH}{(n-1)g}}$
c) $\sqrt{\dfrac{nH}{2(n-1)^2 g}}$
d) $\sqrt{\dfrac{4nH}{(n-2)g}}$
e) $\sqrt{\dfrac{4nH}{(n-1)g}}$

alternativa B

Para que o tempo seja mínimo, dentro das condições de contorno do problema, devemos dividir o movimento em duas etapas:

Primeira etapa: *o corpo acelera para cima e a tração na corda é máxima.*

$R_1 = M\gamma_1 \Rightarrow nMg - Mg = M\gamma_1 \Rightarrow \gamma_1 = g(n-1)$

A velocidade final é dada por $v = g(n-1)t_1$.

O deslocamento é dado por $h_1 = \dfrac{g(n-1)t_1^2}{2}$.

Segunda etapa: *o corpo acelera para baixo e a tração na corda é nula.*

O deslocamento é dado por:

$$h_2 = g(n-1)t_1 t_2 - \frac{g \cdot t_2^2}{2}.$$

Da equação horária da velocidade do MUV vem:

$0 = g(n-1)t_1 - g \cdot t_2 \Rightarrow t_2 = (n-1)t_1$

O deslocamento total (H) é dado por:

$H = h_1 + h_2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow H = \frac{g(n-1)t_1^2}{2} + g(n-1)t_1 t_2 - \frac{g \cdot t_2^2}{2}$$

Substituindo $t_2 = (n-1)t_1$, *temos:*

$$2H = g(n-1)t_1^2 + 2g(n-1)t_1(n-1)t_1 - g(n-1)^2 t_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2H}{g(n-1)} = (1 + 2n - 2 - n + 1)t_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g \cdot n(n-1)}}.$$

Sendo $t_2 = (n-1)t_1$, *vem:*

$$t_2 = (n-1)\sqrt{\frac{2H}{g \cdot n(n-1)}}$$

Assim, o tempo mínimo pedido é dado por:
$T = t_1 + t_2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow T = \sqrt{\frac{2H}{g \cdot n(n-1)}} + (n-1)\sqrt{\frac{2H}{g \cdot n(n-1)}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{T = \sqrt{\frac{2nH}{(n-1)g}}}$$

Questão 7

Uma partícula de massa m move-se sobre uma linha reta horizontal num Movimento Harmônico Simples (MHS) com centro O. Inicialmente, a partícula encontra-se na máxima distância x_0 de O e, a seguir, percorre uma distância a no primeiro segundo e uma distância b no segundo seguinte, na mesma direção e sentido. Quanto vale a amplitude x_0 desse movimento?

a) $2a^3/(3a^2 - b^2)$
b) $2b^2/(4a - b)$
c) $2a^2/(3a - b)$
d) $2a^2b/(3a^2 - b^2)$
e) $4a^2/(3a - 2b)$

alternativa C

Sendo $x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$ a equação de MHS, do enunciado, temos:

$$\begin{cases} \cancel{x_0} = \cancel{x_0} \cos(\omega \cdot 0 + \varphi_0) \\ x_0 - a = x_0 \cos(\omega \cdot 1 + \varphi_0) \\ x_0 - (a + b) = x_0 \cos(\omega \cdot 2 + \varphi_0) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \varphi_0 = 0 \\ \cos\omega = \dfrac{x_0 - a}{x_0} \\ \cos(2\omega) = \dfrac{x_0 - a - b}{x_0} \end{cases}$$

Sendo $\cos 2\omega = 2\cos^2\omega - 1$, vem:

$$2 \cdot \left(\frac{x_0 - a}{x_0}\right)^2 - 1 = \frac{x_0 - a - b}{x_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2x_0^2 - 4x_0 a + 2a^2 - x_0^2}{x_0^2} = \frac{x_0 - a - b}{x_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{x_0^2} - 4x_0 \cdot a + 2a^2 = \cancel{x_0^2} - a \cdot x_0 - b \cdot x_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x_0 = \frac{2a^2}{3a - b}}$$

Questão 8

Duas partículas idênticas, de mesma massa m, são projetadas de uma origem O comum, num plano vertical, com velocidades iniciais de mesmo módulo v_0 e ângulos de lançamento respectivamente α e β em relação à horizontal. Considere T_1 e T_2 os respectivos tempos de alcance do ponto mais alto de cada trajetória e t_1 e t_2 os respectivos tempos para as partículas alcançar um ponto comum de ambas as trajetórias. Assinale a opção com o valor da expressão $t_1T_1 + t_2T_2$.

a) $2v_0^2(\text{tg}\alpha + \text{tg}\beta)/g^2$
b) $2v_0^2/g^2$
c) $4v_0^2 \text{ sen}\alpha/g^2$
d) $4v_0^2 \text{ sen}\beta/g^2$
e) $2v_0^2(\text{sen}\alpha + \text{sen}\beta)/g^2$

alternativa B

Os instantes T_1 e T_2 para atingirem a altura máxima são dados por:

$$t = \frac{v_0 \,\text{sen}\theta}{g} \Rightarrow \begin{cases} T_1 = \dfrac{v_0 \,\text{sen}\alpha}{g} \\ T_2 = \dfrac{v_0 \,\text{sen}\beta}{g} \end{cases} \quad (I)$$

Das equações dos movimentos, temos:

$$\begin{cases} x_\alpha = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t \\ y_\alpha = v_0 \cdot \text{sen}\alpha \cdot t - \dfrac{g}{2} \cdot t^2 \\ x_\beta = v_0 \cdot \cos\beta \cdot t \\ y_\beta = v_0 \cdot \text{sen}\beta \cdot t - \dfrac{g}{2} \cdot t^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y_\alpha = \left(\dfrac{\cancel{v_0} \cdot \text{sen}\alpha}{\cancel{v_0} \cdot \cos\alpha}\right) x_\alpha - \dfrac{g}{2}\left(\dfrac{x_\alpha}{v_0 \cdot \cos\alpha}\right)^2 \\ y_\beta = \left(\dfrac{\cancel{v_0} \cdot \text{sen}\beta}{\cancel{v_0} \cdot \cos\beta}\right) x_\beta - \dfrac{g}{2}\left(\dfrac{x_\beta}{v_0 \cdot \cos\beta}\right)^2 \end{cases}$$

Para as partículas alcançarem um ponto comum, devemos ter $y_\alpha = y_\beta = y$ e $x_\alpha = x_\beta = x$. Assim, vem:

$$(\text{tg}\alpha)x - \frac{g \cdot x^2}{2v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} = (\text{tg}\beta)x - \frac{g \cdot x^2}{2v_0^2 \cdot \cos^2\beta} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x\left[(\text{tg}\alpha - \text{tg}\beta) - \frac{gx}{2v_0^2}\left(\frac{1}{\cos^2\alpha} - \frac{1}{\cos^2\beta}\right)\right] = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \dfrac{2v_0^2(\text{tg}\alpha - \text{tg}\beta)}{g(\sec^2\alpha - \sec^2\beta)} \end{cases}$$

Logo t_1 e t_2 são dados por:

$$\begin{cases} t_1 = \dfrac{x}{v_0 \cdot \cos\alpha} = \dfrac{2v_0(tg\alpha - tg\beta)}{g \cdot \cos\alpha(\sec^2\alpha - \sec^2\beta)} \\ t_2 = \dfrac{x}{v_0 \cdot \cos\beta} = \dfrac{2v_0(tg\alpha - tg\beta)}{g \cdot \cos\beta(\sec^2\alpha - \sec^2\beta)} \end{cases} \quad (II)$$

De I e II e da relação pedida, temos:

$$\begin{cases} t_1T_1 = \dfrac{2v_0(tg\alpha - tg\beta)}{g \cdot \cos\alpha(\sec^2\alpha - \sec^2\beta)} \cdot \dfrac{v_0 \cdot \text{sen}\alpha}{g} \\ t_2T_2 = \dfrac{2v_0(tg\alpha - tg\beta)}{g \cdot \cos\beta(\sec^2\alpha - \sec^2\beta)} \cdot \dfrac{v_0 \cdot \text{sen}\beta}{g} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_1T_1 + t_2T_2 = \frac{2v_0^2(tg\alpha - tg\beta)}{g^2(\sec^2\alpha - \sec^2\beta)}(tg\alpha + tg\beta) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_1T_1 + t_2T_2 = \frac{2v_0^2}{g^2}\left(\frac{tg^2\alpha - tg^2\beta}{\sec^2\alpha - \sec^2\beta}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_1T_1 + t_2T_2 = \frac{2v_0^2}{g^2}\left(\frac{(\sec^2\alpha - 1) - (\sec^2\beta - 1)}{\sec^2\alpha - \sec^2\beta}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{t_1T_1 + t_2T_2 = \frac{2v_0^2}{g^2}}$$

Questão 9

Um exercício sobre a dinâmica da partícula tem seu início assim enunciado: *Uma partícula está se movendo com uma aceleração cujo módulo é dado por $\mu(r + a^3/r^2)$, sendo r a distância entre a origem e a partícula. Considere que a partícula foi lançada a partir de uma distância a com uma velocidade inicial* $2\sqrt{\mu a}$. Existe algum erro conceitual nesse enunciado? Por que razão?

a) Não, porque a expressão para a velocidade é consistente com a da aceleração;
b) Sim, porque a expressão correta para a velocidade seria $2a^2\sqrt{\mu}$;
c) Sim, porque a expressão correta para a velocidade seria $2a^2\sqrt{\mu/r}$;
d) Sim, porque a expressão correta para a velocidade seria $2\sqrt{a^2\mu/r}$;
e) Sim, porque a expressão correta para a velocidade seria $2a\sqrt{\mu}$;

alternativa E

A partir da expressão da aceleração, podemos descobrir a dimensão de μ:

$$\begin{cases} [\gamma] = L \cdot T^{-2} \\ [\gamma] = [\mu] \cdot L \end{cases} \Rightarrow [\mu] = T^{-2}$$

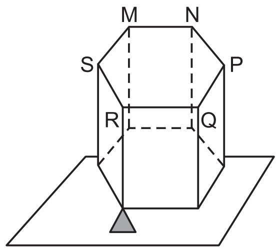
Assim, temos que a expressão da velocidade inicial está errada, pois $[2\sqrt{\mu a}] = [\sqrt{\mu}][\sqrt{a}] =$ $= \sqrt{T^{-2}} \cdot \sqrt{L} = L^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}$, que não é a dimensão de velocidade (LT^{-1}).

Analisando as alternativas, concluímos que a única que tem dimensão de velocidade é a alternativa E, como é mostrado a seguir:

$$[2a\sqrt{\mu}] = [a][\sqrt{\mu}] = L \cdot \sqrt{T^{-2}} = LT^{-1}$$

Questão 10

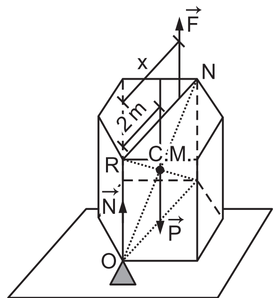
Um prisma regular hexagonal homogêneo com peso de 15 N e aresta da base de 2,0 m é mantido de pé graças ao apoio de um dos seus vértices da base inferior (ver figura) e à ação de uma força vertical de suspensão de 10 N (não mostrada). Nessas condições, o ponto de aplicação da força na base superior do prisma encontra-se



a) sobre o segmento $\overline{RM}$ a 2,0 m de R.
b) sobre o segmento $\overline{RN}$ a 4,0 m de R.
c) sobre o segmento $\overline{RN}$ a 3,0 m de R.
d) sobre o segmento $\overline{RN}$ a 2,0 m de R.
e) sobre o segmento $\overline{RP}$ a 2,5 m de R.

alternativa C

Marcando as forças que atuam no prisma e considerando o polo em O, no equilíbrio, temos:



$$F \cdot x = P \cdot 2 \Rightarrow 10 \cdot x = 15 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{x = 3\ m}$$

Portanto, a força vertical de suspensão está sobre o segmento $\overline{RN}$ a 3 m de R.

Questão 11

Um relógio tem um pêndulo de 35 cm de comprimento. Para regular seu funcionamento, ele possui uma porca de ajuste que encurta o comprimento do pêndulo de 1 mm a cada rotação completa à direita e alonga este comprimento de 1 mm a cada rotação completa à esquerda. Se o relógio atrasa um minuto por dia, indique o número aproximado de rotações da porca e sua direção necessários para que ele funcione corretamente.

a) 1 rotação à esquerda.
b) 1/2 rotação à esquerda.
c) 1/2 rotação à direita.
d) 1 rotação à direita.
e) 1 e 1/2 rotações à direita.

alternativa C

Do enunciado, concluímos que $\Delta t_{pêndulo} = \Delta t_{correto} + 60$ *s. Sendo* $\Delta t_{correto} = 24\ h = 86\,400$ *s, temos:*

$$\frac{\Delta t_{pêndulo} - \Delta t_{correto}}{\Delta t_{pêndulo}} = \frac{60}{86\,460}$$

Sendo ΔL *a variação do comprimento do pêndulo, para que ele funcione corretamente, a equação anterior fica:*

$$\frac{2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} - 2\pi\sqrt{\frac{L-\Delta L}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}} = \frac{60}{86\,460}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{L} - \sqrt{L-\Delta L}}{\sqrt{L}} = \frac{60}{86\,460}$$

$$\Rightarrow \sqrt{1 - \frac{\Delta L}{L}} = 1 - \frac{60}{86\,460}$$

Sendo $\sqrt{1 - \frac{\Delta L}{L}} \cong 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta L}{L}$, *temos:*

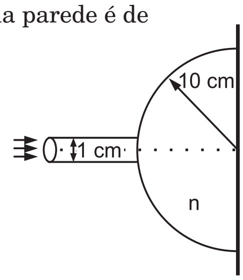
$$1 - \frac{\Delta L}{2 \cdot 35} = 1 - \frac{60}{86\,460}$$

$$\Rightarrow \Delta L = 0{,}05\ cm = 0{,}5\ mm$$

Como cada rotação completa à direita encurta o pêndulo de 1 mm, devemos rodar a porca meia rotação à direita.

Questão 12

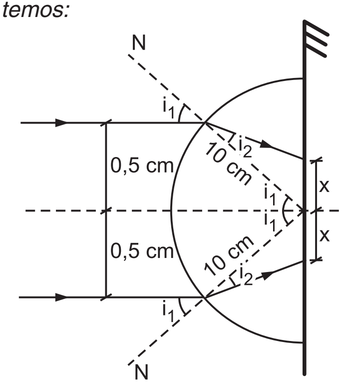
Um hemisfério de vidro maciço de raio de 10 cm e índice de refração $n = 3/2$ tem sua face plana apoiada sobre uma parede, como ilustra a figura. Um feixe colimado de luz de 1 cm de diâmetro incide sobre a face esférica, centrado na direção do eixo de simetria do hemisfério. Valendo-se das aproximações de ângulos pequenos, $\operatorname{sen}\theta \approx \theta$ e $\operatorname{tg}\theta \approx \theta$, o diâmetro do círculo de luz que se forma sobre a superfície da parede é de



a) 1 cm.
b) $\frac{2}{3}$ cm.
c) $\frac{1}{2}$ cm.
d) $\frac{1}{3}$ cm.
e) $\frac{1}{10}$ cm.

alternativa B

Considerando o meio externo ao vidro com índice de refração igual a 1, a partir da Lei de Snell-Descartes, temos:



$$n_1 \cdot \operatorname{sen} i_1 = n_2 \cdot \operatorname{sen} i_2 \Rightarrow 1 \cdot \frac{0{,}5}{10} = \frac{3}{2} \cdot \operatorname{sen} i_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen} i_2 = \frac{1}{30}$$

Valendo-se das aproximações para ângulos pequenos, vem:

$$\operatorname{sen} i_2 = \frac{x}{10} \Rightarrow \frac{1}{30} = \frac{x}{10} \Rightarrow x = \frac{1}{3}\ cm$$

Portanto, o diâmetro do círculo de luz que se forma sobre a superfície da parede é de $\frac{2}{3}$ *cm.*

Questão 13

A inversão temporal de qual dos processos abaixo NÃO violaria a segunda lei de termodinâmica?

a) A queda de um objeto de uma altura H e subsequente parada no chão

b) O movimento de um satélite ao redor da Terra

c) A freada brusca de um carro em alta velocidade

d) O esfriamento de um objeto quente num banho de água fria

e) A troca de matéria entre as duas estrelas de um sistema binário

alternativa B

Os processos que poderiam sofrer inversão temporal sem violar a segunda lei da termodinâmica são os reversíveis.

Dentre as alternativas apresentadas, a única que tem um processo reversível é o movimento de um satélite ao redor da Terra.

Questão 14

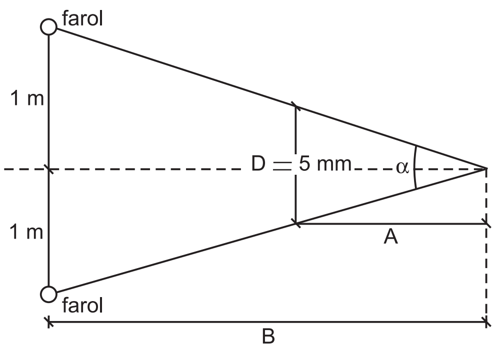
Fontes distantes de luz separadas por um ângulo α numa abertura de diâmetro D podem ser distinguidas quando $\alpha > 1{,}22\lambda/D$, em que λ é o comprimento de onda da luz. Usando o valor de 5 mm para o diâmetro das suas pupilas, a que distância máxima aproximada de um carro você deveria estar para ainda poder distinguir seus faróis acesos? Considere uma separação entre os faróis de 2 m.

a) 100 m b) 500 m c) 1 km

d) 10 km e) 100 km

alternativa D

Podemos montar o seguinte esquema:



Como a abertura angular é muito pequena, vale a aproximação:

$$tg\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cong \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{B} \Rightarrow \frac{1}{B} = \frac{1{,}22\lambda}{2D} \Rightarrow$$

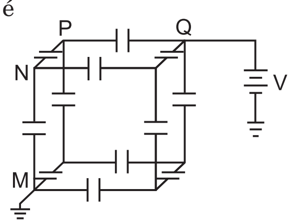
$$\Rightarrow B = \frac{2D}{1{,}22\lambda} \Rightarrow B = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{1{,}22 \cdot 570 \cdot 10^{-9}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = 1{,}4 \cdot 10^{4}\ m$$

Como a distância B é muito maior do que A, dentre as alternativas, a distância máxima aproximada é 10 km.

Questão 15

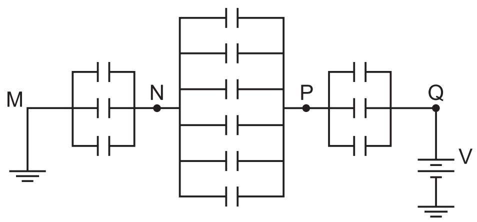
Uma diferença de potencial eletrostático V é estabelecida entre os pontos M e Q da rede cúbica de capacitores idênticos mostrada na figura. A diferença de potencial entre os pontos N e P é



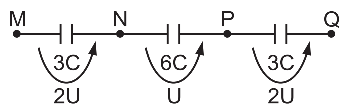
a) V/2. b) V/3. c) V/4. d) V/5. e) V/6.

alternativa D

Pela simetria, a rede cúbica de capacitores pode ser redefinida como segue:



Adotando a capacitância de cada capacitor como C, e sabendo que na associação em série o capacitor de maior capacitância tem a menor tensão em seus terminais, vem:



Portanto, a diferença de potencial (U) entre os pontos N e P é dada por:

$$2U + U + 2U = V \Rightarrow \boxed{U = \frac{V}{5}}$$

Questão 16

Um fio condutor é derretido quando o calor gerado pela corrente que passa por ele se mantém maior que o calor perdido pela superfície do fio (desprezando a condução de calor pelos contatos). Dado que uma corrente de 1 A é a mínima necessária para derreter um fio de seção transversal circular de 1 mm de raio e 1 cm de comprimento, determine a corrente mínima necessária para derreter um outro fio da mesma substância com seção transversal circular de 4 mm de raio e 4 cm de comprimento.

a) 1/8 A b) 1/4 A c) 1 A d) 4 A e) 8 A

alternativa E

A área transversal (A) pela qual o fio perde calor é dada por $A = 2\pi r\ell$, logo a relação das áreas dos fios A_1 e A_2 é dada por:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{\cancel{2\pi} \cdot r_1 \cdot \ell_1}{\cancel{2\pi} \cdot r_2 \cdot \ell_2} = \frac{1 \cdot 1}{4 \cdot 4} \Rightarrow A_2 = 16 \cdot A_1$$

Como a área do fio 2 é 16 vezes maior, ele perde 16 vezes mais calor e, portanto, a relação das potências deve seguir a mesma proporção; assim, temos:

$$\left| \begin{array}{l} P_2 = 16 \cdot P_1 \\ P = \dfrac{\rho \cdot \ell}{\pi r^2} \cdot i^2 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{\cancel{\rho} \cdot \ell_2}{\cancel{\pi} r_2^2} \cdot i_2^2 = 16 \cdot \frac{\cancel{\rho} \cdot \ell_1}{\cancel{\pi} r_1^2} \cdot i_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{4}{4^2} \cdot i_2^2 = 16 \cdot \frac{1}{1^2} \cdot 1^2 \Rightarrow \boxed{i_2 = 8\ A}$$

Questão 17

Prótons (carga e e massa m_p), deuterons (carga e e massa $m_d = 2m_p$) e partículas alfas (carga $2e$ e massa $m_a = 4m_p$) entram em um campo magnético uniforme $\vec{B}$ perpendicular a suas velocidades, onde se movimentam em órbitas circulares de períodos T_p, T_d e T_a, respectivamente. Pode-se afirmar que as razões dos períodos T_d/T_p e T_a/T_p são, respectivamente,

a) 1 e 1. b) 1 e $\sqrt{2}$. c) $\sqrt{2}$ e 2.
d) 2 e $\sqrt{2}$. e) 2 e 2.

alternativa E

Para a situação descrita, o período dos movimentos é dado por $T = \dfrac{2\pi m}{|q| \cdot B}$.

A razão T_d/T_p é dada por:

$$\frac{T_d}{T_p} = \frac{\left(\dfrac{\cancel{2\pi} \cdot 2\cancel{m_p}}{\cancel{e \cdot B}}\right)}{\left(\dfrac{\cancel{2\pi} \cdot \cancel{m_p}}{\cancel{e \cdot B}}\right)} \Rightarrow \boxed{\frac{T_d}{T_p} = 2}$$

A razão T_a/T_p é obtida de:

$$\frac{T_a}{T_p} = \frac{\left(\dfrac{\cancel{2\pi} \cdot 4\cancel{m_p}}{2\cancel{e \cdot B}}\right)}{\left(\dfrac{\cancel{2\pi} \cdot \cancel{m_p}}{\cancel{e \cdot B}}\right)} \Rightarrow \boxed{\frac{T_a}{T_p} = 2}$$

Questão 18

Uma bobina de 100 espiras, com seção transversal de área de 400 cm^2 e resistência de 20 Ω, está alinhada com seu plano perpendicular ao campo magnético da Terra, de $7{,}0 \times 10^{-4}$ T na linha do Equador. Quanta carga flui pela bobina enquanto ela é virada de 180º em relação ao campo magnético?

a) $1{,}4 \times 10^{-4}$ C b) $2{,}8 \times 10^{-4}$ C
c) $1{,}4 \times 10^{-2}$ C d) $2{,}8 \times 10^{-2}$ C
e) 1,4 C

alternativa B

Da Lei de Indução de Faraday vem:

$$\left| \begin{array}{l} \varepsilon = \left|\dfrac{\Delta\phi}{\Delta t}\right| \\ \varepsilon = U = Ri \\ i = \dfrac{|Q|}{\Delta t} \end{array} \right. \Rightarrow R\frac{|Q|}{\cancel{\Delta t}} = \left|\frac{\Delta\phi}{\cancel{\Delta t}}\right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R|Q| = |NBA\,\cancelto{1}{\cos 0^o} - NBA\,\cancelto{-1}{\cos 180^o}| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R|Q| = 2NBA \Rightarrow$$

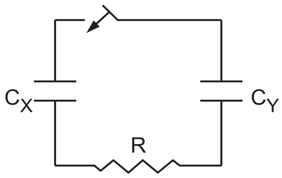
$$\Rightarrow 20|Q| = 2 \cdot 100 \cdot 7 \cdot 10^{-4} \cdot 400 \cdot 10^{-4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{|Q| = 2{,}8 \cdot 10^{-4} C}$$

Questão 19

No circuito ideal da figura, inicialmente aberto, o capacitor de capacitância C_x encontra-se carregado e armazena uma energia potencial elétrica E. O capacitor de capacitância $C_y = 2C_x$ está inicialmente descarregado.

Após fechar o circuito e este alcançar um novo equilíbrio, pode-se afirmar que a soma das energias armazenadas nos capacitores é igual a



a) 0. b) $E/9$. c) $E/3$. d) $4E/9$. e) E.

alternativa C

Com o circuito aberto, apenas C_x possui carga elétrica armazenada, Q_x, e a energia nele acumulada é dada por:

$$E = \frac{Q_x^2}{2 \cdot C_x}$$

Após o fechamento da chave, no novo equilíbrio do circuito, a ddp nos terminais dos capacitores é igual. Assim, as quantidades finais de carga elétrica Q_x' e Q_y', devido à relação $C_y = 2 \cdot C_x$ e à conservação da carga elétrica, serão:

$$Q_x' = \frac{Q_x}{3} \text{ e } Q_y' = \frac{2}{3} \cdot Q_x$$

A energia armazenada em cada capacitor será então:

$$E_x' = \frac{Q_x'^2}{2 \cdot C_x} \Rightarrow E_x' = \left(\frac{Q_x}{3}\right)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot C_x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_x' = \frac{Q_x^2}{18 \cdot C_x}, \text{ e}$$

$$E_y' = \frac{Q_y'^2}{2 \cdot C_y} \Rightarrow E_y' = \left(\frac{2}{3} \cdot Q_x\right)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot (2 \cdot C_x)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_y' = \frac{Q_x^2}{9 \cdot C_x}$$

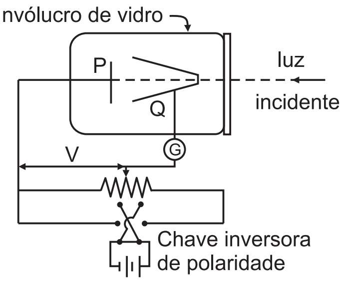
A soma das energias armazenadas é dada por:

$$E' = E_x' + E_y' \Rightarrow E' = \frac{Q^2}{18 \cdot C_x} + \frac{Q^2}{9 \cdot C_x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E' = \frac{Q^2}{6 \cdot C_x} \Rightarrow \boxed{E' = \frac{E}{3}}$$

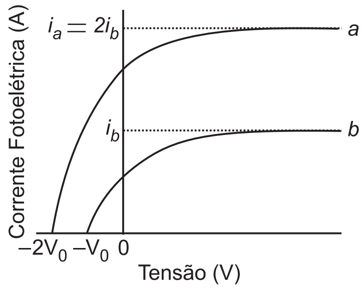
Questão 20

O aparato para estudar o efeito fotoelétrico mostrado na figura consiste de um invólucro de vidro que encerra o aparelho em um ambiente no qual se faz vácuo. Através de uma janela de quartzo, luz monocromática incide sobre a placa de metal P e libera elétrons. Os elétrons são então detectados sob a forma de uma corrente, devido à diferença de potencial V estabelecida entre P e Q.

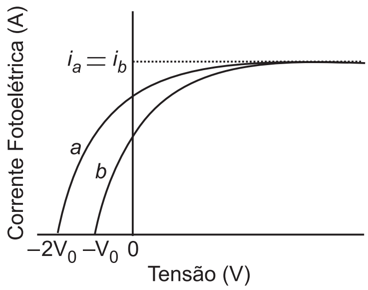


Considerando duas situações distintas a e b, nas quais a intensidade da luz incidente em a é o dobro do caso b, assinale qual dos gráficos abaixo representa corretamente a corrente fotoelétrica em função da diferença de potencial.

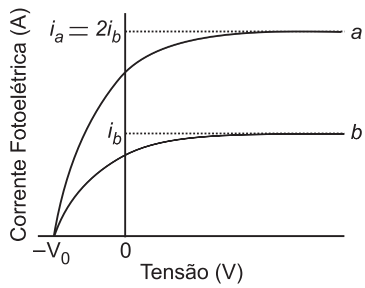
a)



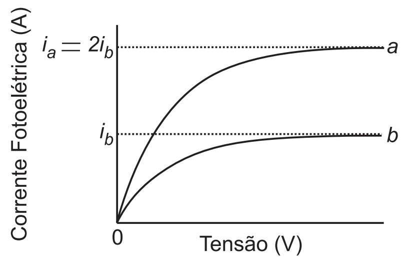
b)



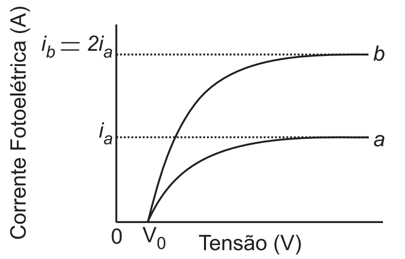
c)



d)



e)



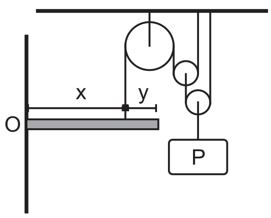
alternativa C

No efeito fotoelétrico, a taxa de emissão de elétrons depende da intensidade da luz incidente. Como a intensidade da luz no caso a é o dobro do caso b, a corrente elétrica em a é maior do que em b.
O potencial de corte V_0 não depende da intensidade da luz, apenas da frequência, e deve ser negativo para cessar completamente a corrente elétrica.

AS QUESTÕES DISSERTATIVAS, NUMERADAS DE 21 A 30, DEVEM SER RESPONDIDAS NO CADERNO DE SOLUÇÕES.

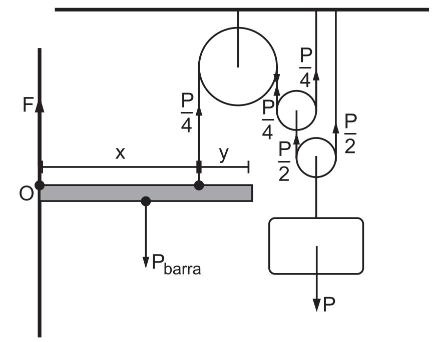
Questão 21

Uma barra homogênea, articulada no pino O, é mantida na posição horizontal por um fio fixado a uma distância x de O. Como mostra a figura, o fio passa por um conjunto de três polias que também sustentam um bloco de peso P. Desprezando efeitos de atrito e o peso das polias, determine a força de ação do pino O sobre a barra.



Resposta

Marcando as forças, temos:



Da soma dos momentos em relação ao ponto O, vem:

$$P_{barra} \cdot \frac{x+y}{2} - \frac{P}{4} \cdot x = 0 \Rightarrow P_{barra} = \frac{P \cdot x}{2(x+y)}$$

Como não há translação, ou seja, $\vec{R} = \vec{0}$, podemos afirmar que:

$$P_{barra} = F + \frac{P}{4} \Rightarrow F = \frac{P \cdot x}{2(x+y)} - \frac{P}{4} \Rightarrow$$

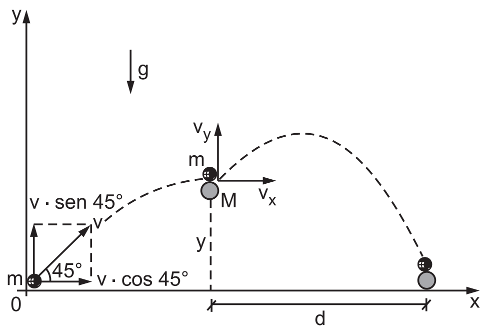
$$\Rightarrow \boxed{F = \frac{P}{4}\left(\frac{x-y}{x+y}\right)}$$

Questão 22

Um objeto de massa m é projetado no ar a 45° do chão horizontal com uma velocidade v. No ápice de sua trajetória, este objeto é interceptado por um segundo objeto, de massa M e velocidade V, que havia sido projetado verticalmente do chão. Considerando que os dois objetos "se colam" e desprezando qualquer tipo de resistência aos movimentos, determine a distância d do ponto de queda dos objetos em relação ao ponto de lançamento do segundo objeto.

Resposta

A trajetória descrita pelos corpos é representada a seguir:



Da Equação de Torricelli para o objeto de massa m, temos:

$$0^2 = v^2 \operatorname{sen}^2 45^o - 2gy \Rightarrow y = \frac{v^2}{4g}$$

Na colisão, por conservação da quantidade de movimento, vem:

- *na horizontal:*

$$Q'_x = Q_x \Rightarrow (m + M)v_x = mv\cos 45^o \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_x = \left(\frac{m}{m+M}\right)\frac{\sqrt{2}}{2}v$$

- *na vertical:*

$$Q'_y = Q_y \Rightarrow (m + M)v_y = MV \Rightarrow v_y = \left(\frac{M}{m+M}\right)V$$

Após a colisão, do movimento vertical até o corpo atingir o chão (y' = 0), o tempo é dado por:

$$y' = y + v_y t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{v^2}{4g} + \left(\frac{M}{m+M}\right)V \cdot t - \frac{g}{2}t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \left[\sqrt{\left(\frac{M}{m+M}\right)^2 V^2 + \frac{v^2}{2}} + \left(\frac{M}{m+M}\right)V\right] \cdot \frac{1}{g}$$

Do movimento horizontal, a distância pedida é dada por:

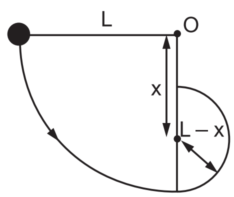
$$d = v_x \cdot t \Rightarrow d = \left(\frac{m}{m+M}\right)\frac{\sqrt{2}}{2}v \cdot$$

$$\cdot \left[\sqrt{\left(\frac{M}{m+M}\right)^2 V^2 + \frac{v^2}{2}} + \left(\frac{M}{m+M}\right)V\right]\frac{1}{g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{d = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{mM}{(m+M)^2} \cdot \frac{v}{g}\left[\sqrt{V^2 + \frac{v^2}{2}\left(\frac{m+M}{M}\right)^2} + V\right]}$$

Questão 23

Um pêndulo, composto de uma massa M fixada na extremidade de um fio inextensível de comprimento L, é solto de uma posição horizontal. Em dado momento do movimento circular, o fio é interceptado por uma barra metálica de diâmetro desprezível, que se encontra a uma distância x na vertical abaixo do ponto O. Em consequência, a massa M passa a se movimentar num círculo de raio $L - x$, conforme mostra a figura. Determine a faixa de valores de x para os quais a massa do pêndulo alcance o ponto mais alto deste novo círculo.



Resposta

Do Princípio da Conservação da Energia, adotando-se a referência no ponto mais baixo do movimento, a velocidade da massa M no ponto mais alto do novo círculo é dada por:

$$\cancel{M}gL = \frac{\cancel{M}v^2}{2} + \cancel{M}g(2L - 2x) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v^2}{2} = 2gx - gL \Rightarrow v^2 = 2g(2x - L) \quad (I)$$

No ponto mais alto da trajetória do novo círculo, a resultante centrípeta é dada por:

$$\left|\begin{array}{l} R_{cp} = \dfrac{Mv^2}{(L-x)} \\ R_{cp} = P + T \end{array}\right. \Rightarrow P + T = \frac{Mv^2}{(L-x)} \quad (II)$$

Substituindo I em II, vem:

$$P + T = \frac{M(2g(2x - L))}{(L - x)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow MgL - Mgx + TL - Tx = 4Mgx - 2MgL \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x(5Mg + T) = (3Mg + T)L \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \left(\frac{3Mg + T}{5Mg + T}\right)L \quad (III)$$

A menor velocidade possível corresponde a $R_{cp} = P$, ou seja, $T = 0$, e, da equação III, temos $x = \frac{3}{5}L = 0{,}6L$.

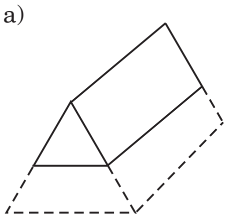
Para velocidades maiores, $T \neq 0$, e, portanto, no limite teremos $T \to \infty$, o que resulta, da equação III, $x = L$.

Logo, a faixa de valores de x é dada por $0{,}6\,L \le x < L$.

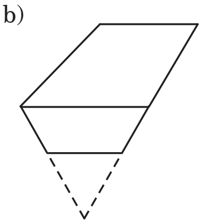
Questão 24

Um bloco, com distribuição homogênea de massa, tem o formato de um prisma regular cuja seção transversal é um triângulo equilátero. Tendo 0,5 g/cm^3 de densidade, tal bloco poderá flutuar na água em qualquer das posições mostradas na figura. Qual das duas posições será a mais estável? Justifique sua resposta. Lembrar que o baricentro do triângulo encontra-se a 2/3 da distância entre um vértice e seu lado oposto.

a)



b)



Resposta

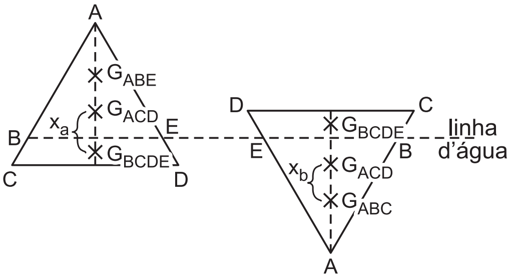
Do equilíbrio, vem:

$E = P \Rightarrow \mu_{LD} \cdot V_{LD}\cancel{g} = \mu \cdot V_{ACD}\cancel{g} \Rightarrow$

$\Rightarrow 1 \cdot V_{LD} = 0,5 \cdot V_{ACD} \Rightarrow V_{LD} = 0,5V_{ACD} \quad (II)$

Assim, como o peso age no baricentro do prisma inteiro e o empuxo age no baricentro do volume imerso, temos as seguintes situações:

a) *b)*



Como os volumes imersos e emersos são iguais, se adotarmos o sistema de referência no baricentro do bloco, temos, da definição de centro de massa, que:

$$\bar{x}_{ACD} = \frac{x_a \cdot V_{BCDE} + x_b \cdot V_{ABE}}{V_{ACD}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{x_a \cdot V + x_b \cdot V}{2V} \Rightarrow x_a = -x_b$$

Assim, independentemente da posição do prisma, o momento do binário formado pelo peso (que age no baricentro do prisma) e pelo empuxo (que age no baricentro da figura imersa) independe da situação. Entretanto, adotando o nível da água como referência, concluímos que a energia potencial gravitacional do prisma na situação b *é menor do que na situação* a*. Dessa forma, como a posição de equilíbrio mais estável é aquela em que a energia potencial é mínima, a situação* b *é a mais estável.*

Questão 25

Um filme fino de sabão é sustentado verticalmente no ar por uma argola. A parte superior do filme aparece escura quando é observada por meio de luz branca refletida. Abaixo da parte escura aparecem bandas coloridas. A primeira banda tem cor vermelha ou azul? Justifique sua resposta.

Resposta

O comprimento de onda λ_n da luz que sofre interferência destrutiva é dado por:

$$\lambda_n = \frac{2 \cdot d \cdot n}{m}$$

Como o filme apresenta forma de cunha, ao descermos sua espessura d aumenta, de forma que a cor azul, de menor comprimento de onda, é a primeira a ser vista.

Questão 26

O tubo mais curto de um órgão típico de tubos tem um comprimento de aproximadamente 7 cm. Qual é o harmônico mais alto na faixa audível, considerada como estando entre 20 Hz e 20.000 Hz, de um tubo deste comprimento aberto nas duas extremidades?

Resposta

Para um tubo aberto nas duas extremidades, temos:

$$f_n = \frac{n \cdot v}{2 \cdot \ell}, \ n \in IN^* \Rightarrow 20\,000 = \frac{n \cdot 340}{2 \cdot 7 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow$$

$\Rightarrow n = 8,24$

Assim, o harmônico mais alto na faixa audível é o oitavo.

Questão 27

Uma bolha de gás metano com volume de 10 cm^3 é formada a 30 m de profundidade num lago. Suponha que o metano comporta-se como um gás ideal de calor específico molar $C_V = 3R$ e considere a pressão atmosférica igual a 10^5 N/m^2. Supondo que a bolha não troque calor com a água ao seu redor, determine seu volume quando ela atinge a superfície.

Resposta

Da relação entre os calores específicos molares, temos:

$$\left| \begin{array}{l} C_P - C_V = R \\ C_V = 3R \end{array} \right. \Rightarrow C_P - 3 \cdot R = R \Rightarrow C_P = 4 \cdot R$$

Logo a razão γ entre os calores específicos é dada por:

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} \Rightarrow \gamma = \frac{4 \cdot R}{3 \cdot R} \Rightarrow \gamma = \frac{4}{3}$$

A pressão (p), a 30 m de profundidade, é obtida por:

$p = p_0 + \mu \cdot g \cdot h = 10^5 + 1\,000 \cdot 10 \cdot 30 \Rightarrow$

$\Rightarrow p = 4 \cdot 10^5 \ N/m^2$

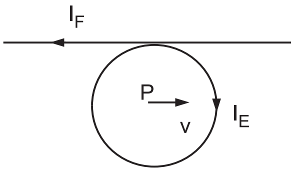
Para transformação adiabática de um gás ideal, temos:

$$p \cdot V^{\gamma} = p_0 \cdot V_0^{\gamma} \Rightarrow 4 \cdot 10^5 \cdot 10^{\frac{4}{3}} = 10^5 \cdot V_0^{\frac{4}{3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{V_0 = 28{,}3\ cm^3}$$

Questão 28

Uma corrente I_E percorre uma espira circular de raio R enquanto uma corrente I_F percorre um fio muito longo, que tangencia a espira, estando ambos no mesmo plano, como mostra a figura. Determine a razão entre as correntes I_E/I_F para que uma carga Q com velocidade v paralela ao fio no momento que passa pelo centro P da espira não sofra aceleração nesse instante.



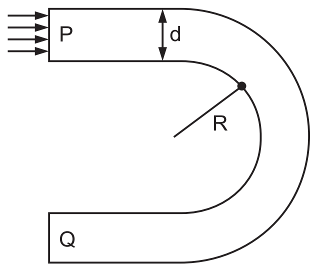
Resposta

Para que a carga não sofra aceleração no momento em que está no centro da espira, o vetor campo de indução magnética resultante devido às duas correntes deve ser nulo em P. Como pela Regra da Mão Direita os campos B_F e B_E têm sentidos opostos, vem:

$$\begin{cases} B_F = \dfrac{\mu_0 I_F}{2\pi R} \\ B_E = \dfrac{\mu_0 I_E}{2R} \\ B_F = B_E \end{cases} \Rightarrow \frac{\cancel{\mu_0} I_F}{\cancel{2}\pi \cancel{R}} = \frac{\cancel{\mu_0} I_E}{\cancel{2}\cancel{R}} \Rightarrow \boxed{\frac{I_E}{I_F} = \frac{1}{\pi}}$$

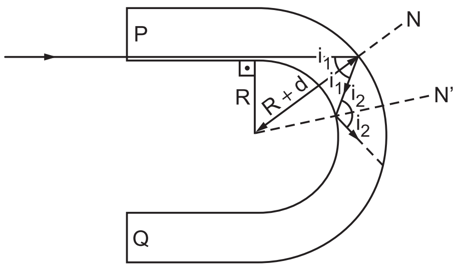
Questão 29

Um tarugo de vidro de índice de refração $n = 3/2$ e seção transversal retangular é moldado na forma de uma ferradura, como ilustra a figura. Um feixe de luz incide perpendicularmente sobre a superfície plana P. Determine o valor mínimo da razão R/d para o qual toda a luz que penetra pela superfície P possa emergir do vidro pela superfície Q.



Resposta

Para que todo raio de luz possa emergir do vidro pela superfície Q, o raio incidente mais interno em P deve sofrer reflexão total no interior do tarugo, conforme o esquema:



Assim, devemos ter, na primeira incidência, i_1 maior que o ângulo limite L, ocorrendo, assim, reflexão total. Como $i_2 \geq i_1$, o raio continuará a sofrer reflexões totais. Assim, vem:

$$\begin{cases} \text{sen } i_1 > \text{sen } L \\ \text{sen } i_1 = \dfrac{R}{R + d} \\ \text{sen } L = \dfrac{n_{menor}}{n_{maior}} \end{cases} \Rightarrow \frac{R}{R + d} > \frac{n_{menor}}{n_{maior}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{R}{R + d} > \frac{1}{\frac{3}{2}} \Rightarrow \boxed{\frac{R}{d} > 2}$$

Questão 30

Obtenha uma expressão para as energias das órbitas do modelo de Bohr do átomo de Hidrogênio usando a condição de que o comprimento da circunferência de uma órbita do elétron ao redor do próton seja igual a um número inteiro de comprimentos de onda de de Broglie do elétron.

Resposta

Das condições do modelo de Bohr para o átomo de hidrogênio, vem:

$$\begin{cases} m \cdot v \cdot r = n \cdot \hbar \\ \dfrac{m \cdot v^2}{r} = \dfrac{k \cdot e^2}{r^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v = \dfrac{n \cdot \hbar}{m \cdot r} \\ r = \dfrac{k \cdot e^2}{m \cdot v^2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r = \frac{n^2 \cdot \hbar^2}{k \cdot e^2 \cdot m}$$

Sendo $E_c = \dfrac{p^2}{2m}$ a energia cinética do elétron e usando a equação de Broglie e a condição imposta, temos:

$$\begin{cases} \lambda = \dfrac{h}{p} \\ 2\pi \cdot r = n \cdot \lambda \\ p = \sqrt{2m \cdot E_c} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{2m \cdot E_c} = \dfrac{h}{\lambda} \\ \lambda = \dfrac{2\pi \cdot r}{n} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_c = \frac{n^2 \cdot h^2}{2m \cdot (2\pi)^2 \cdot r^2} \Rightarrow E_c = \frac{n^2 \cdot \hbar^2}{2m \cdot r^2},$$ em que $\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$.

Como a energia potencial da órbita é dada por $V = \dfrac{-ke^2}{r}$, temos:

$$\begin{cases} E = E_c + V \\ E_c = \dfrac{n^2\hbar^2}{2mr^2} \\ V = \dfrac{-ke^2}{r} \\ r = \dfrac{n^2\hbar^2}{ke^2 m} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E = E_c + V \\ E_c = \dfrac{m}{2}\left(\dfrac{ke^2}{n\hbar}\right)^2 \\ V = -m\left(\dfrac{ke^2}{n\hbar}\right)^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{E = -\frac{m}{2}\left(\frac{ke^2}{n\hbar}\right)^2}$$